Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Омский государственный технический университет»

Г.Н. Бояркин, О.Г. Шевелева

Теория систем и системный анализ
Учебное пособие

Омск 2008

УДК
ББК
Б 86

Рецензенты:
А.А. Колоколов, д. ф.-м. н., профессор;
А.А. Кораблева, к. э. н.

Бояркин, Г.Н.

Б 86 **Теория систем и системный анализ**: Учеб. пособие / Г.Н. Бояркин, О.Г. Шевелева. – Омск: Изд-во ОмГТУ, 2008.– 80 с.

Учебное пособие по дисциплине «Теория систем и системный анализ» включает теоретический материал по одноименному курсу.

Данное пособие предназначено для студентов специальности 080801 (351400) «Прикладная информатика (в экономике)», изучающих курс «Теория систем и системный анализ» в качестве дисциплины естественно – научного цикла. Пособие может быть использовано студентом как дневной, так и заочной формы обучения.

Печатается по решению редакционно-издательского совета Омского государственного технического университета.

УДК
ББК

ОГЛАВЛЕНИЕ

.

1. Введение в системный анализ

Системный анализ – это научная дисциплина, занимающаяся проблемами принятия решений в условиях анализа большого количества информации различной природы.

Целью применения системного анализа к конкретной проблеме является повышение степени обоснованности принимаемого решения, расширение множества вариантов, среди которых производится выбор, с одновременным указанием способов отбрасывания тех из них, которые заведомо уступают другим.

В системном анализе могут быть выявлены:

а) методология;

б) аппаратная реализация;

в) опыт применения в различных областях значения и практики.

Методология – есть базовое начало системного анализа. Она включает определения используемых понятий, принципы системного подхода, а также постановку и общую характеристику основных проблем организации системных исследований.

Под ***аппаратной реализацией*** будем понимать стандартные приемы моделирования принятия решений в сложной системе и общие принципы (способы) работы с этими моделями.

Модель строится в виде связных множеств (цепочек) отдельных процедур. Системный анализ исследует как организацию таких множеств, так и вид отдельных процедур, которые максимально приспосабливают для принятия согласующих и управленческих решений в сложной системе.

Системный анализ рассматривает совместно в совокупности формализуемые и неформализуемые процедуры, и одной из его задач является определение их оптимального соотношения.

Третья часть системного анализа – ***опыт*** его применения в различных областях – чрезвычайно обширна по содержанию. Важнейшими разделами являются научно–технические разработки и различные задачи экономики.

Смежные области: кибернетика, системотехника, информатика и информационные технологии, исследование операций.

2. Введение в теорию систем

2.1. Основные определения

Элементом называется некоторый объект (материальный, энергетический, информационный), обладающий рядом важных для нас свойств, но внутреннее строение (содержание) которого безотносительно к цели рассмотрения.

Обозначение: M, совокупность $\{M\}$, $M \in \{M\}$.

Связью называется важный для целей рассмотрения обмен между элементами (веществами, энергией, информацией).

Единичным актом связи выступает воздействие.

Обозначим воздействие M_1 на M_2 – x_{12} и т.д.

$$M_1 \underset{x_{21}}{\overset{x_{12}}{\rightleftarrows}} M_2$$

Системой называется совокупность элементов, обладающих следующими признаками:

а) связями, которые позволяют посредством переходов по ним от элемента к элементу соединить два любых элемента совокупности;

б) свойством (назначением, функцией), отличным от свойства отдельных элементов совокупности.

Назовем признак а) связностью системы; б) ее функцией.

Применяя так называемое «кортежное» (т.е. последовательность в виде перечисления) определение системы, можно записать

$$\Sigma : \{\{M\}, \{x\}, F\}$$

где $\sum$ – система, $\{M\}$ – совокупность элементов в ней, $\{x\}$ – совокупность связей, F – функция (новое свойство системы).

Практически любой объект с определенной точки зрения может рассматриваться как система.

Большой системой принято называть систему, включающую значительное число однотипных элементов и однотипных связей.

Сложной системой называется система, состоящая из элементов разных типов и обладающая разнородными связями между ними.

$$\{M\} : \{ \{M^1\}; \{M^2\}; \ldots \{M^R\} \}$$

Пример: судно, ракета, ЭВМ, транспортная сеть города.

Автоматизированной системой называется сложная система с определяющей ролью элементов двух типов: а) в виде технических средств;

б) в виде действий человека.

$$\mathrm{E}^{A}:\left\{\{\mathrm{M}^{T}\};\{\mathrm{M}^{Ч}\},\{x\},F\right\}$$

2.2. Структуры и иерархия

<u>Структурой</u> системы называется расчленение ее на группы элементов с указанием связей между ними, неизменное на все время рассмотрения и дающее представление о системе в целом.

Может иметь материальную (вещественную), функциональную, алгоритмическую и др. основу.

Изображается в виде ***<u>схемы</u>*** (структурной) либо символически:

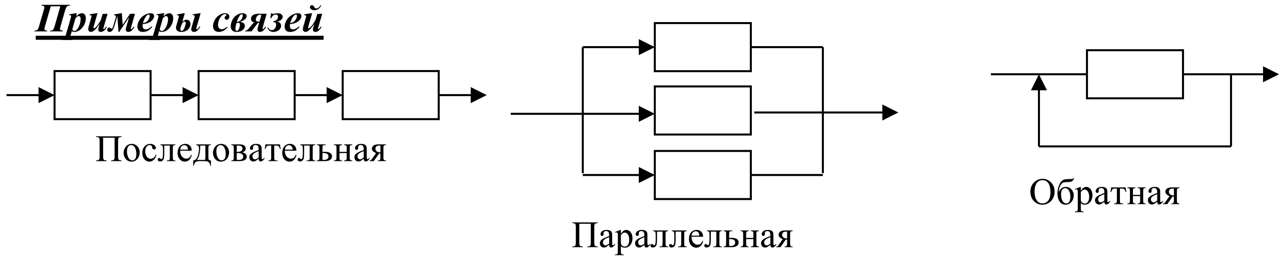
$$\Sigma\Sigma:\left\{\{\hat{M}\},\{\hat{x}\}\right\},$$

где $\{\hat{M}\}$ – совокупность групп элементов;

$\{\hat{x}\}$ – совокупность связей.

Пример: книга – главы, автомобиль, АСУ.

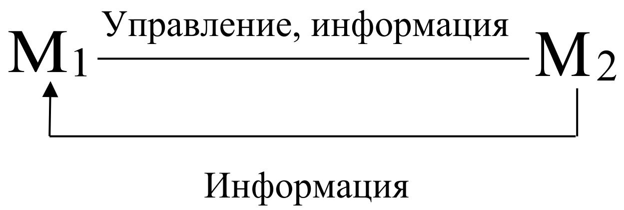
<u>Примеры связей</u>



<u>Обратная связь</u> означает, что результат функционирования элемента влияет на поступающие на него воздействия.

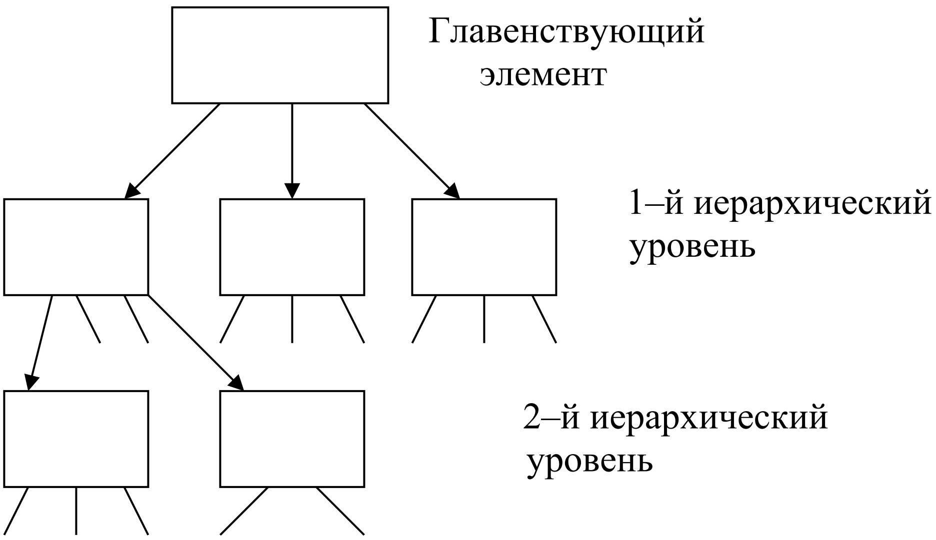
<u>Декомпозицией</u> называется деление системы на части, удобные для каких–либо операций с этой системой.

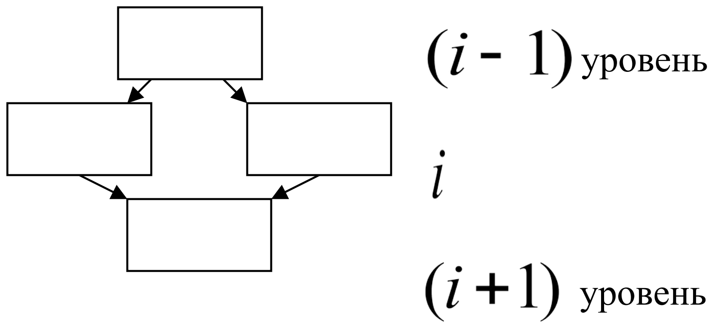
<u>Иерархией</u> называется структура с наличием подчиненности, т.е. неравноправных связей между элементами, когда воздействий в одном из направлений оказывают гораздо большее влияние на элемент, чем в другом.



– доминирует элемент M_1

Виды иерархических структур разнообразны, но основных, важных для практики иерархических структур две – ***<u>древовидная</u>*** (веерная) и ***<u>ромбовидная</u>***.





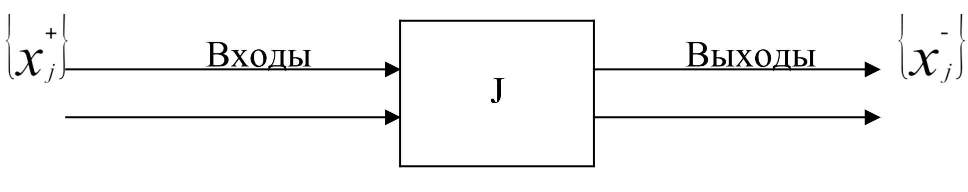
Пример: министерство – завод – цех – бригада.

2.3. Модульное строение системы и информация

Связь системы с внешней средой осуществляется через ***<u>входы</u>*** и ***<u>выходы</u>*** системы.

Как правило, выходы элемента определяются входами и ее внутренним строением. В этом случае говорят, что выход есть функция от входа и самого элемента.

Группа элементов системы, описываемая только своими входами и выходами и обладающая определенной цельностью называется ***<u>модулем</u>***.



$\{x_{ij}^{+}\}$ $\{x_{jk}^{-}\}$

Модуль

$$\left(\left\{ x_j^{+}, \{x_{ij}^{+}\}, J \right\} \to \left(\{x_j^{-}\}, \{x_{jk}^{-}\}\right)\right)$$

Понятие модуля близко к концепции «черного ящика» в кибернетике. Кроме этого в различных разделах науки и техники есть другие синонимы: «агрегат», «блок», «узел», «подпрограмма», «программный модуль», «подразделение», «комиссия».

Для сложных искусственных систем следует особо выделить ***информационные*** связи. Во–первых, они часто являются преобладающими, а во–вторых, они, как правило, сопровождают и два остальных вида – вещественные и энергетические.

Количественная оценка информации– через число сообщений, число операторов, файлов, знаки, двойные коды («биты») и т.д.

В сложных системах особенно важна ***передача информации***. Она может быть предметом специального рассмотрения; в этом случае выделяют потоки информации, направления передачи и др. ее характеристики. Такие схемы принято называть ***информационной структурой*** или ***информационным графом системы***.

Информационный граф может быть исследован с целью минимизации потоков или сокращения их длины, с точки зрения дублирования путей передачи и т.д.

В широком смысле ***функционирование системы*** можно трактовать как ***преобразование входной информации в выходную***. Такая точка зрения особенно полезна при изучении принятия решений в системе, т.е. в системном анализе.

2.4. Процессы в системе

Зафиксируем все значения характеристик в системе, важных для целей рассмотрения. Такую ситуацию назовем ***состоянием системы***.

Процессом называется набор состояний системы, соответствующий упорядоченному непрерывному или дискретному изменению некоторого параметра, определяющего характеристики (свойства) системы.

Процесс движения (изменения) системы во времени называется ***динамикой системы***.

Символическая запись:

$$S_{t_0 t}(y(t_0)) = y(t), \;\; y \in Y, \;\; t \in T,$$

где $S\, t_0 t$ – процесс, т.е. некоторое правило перехода от ситуации со значением параметра t_0 к ситуации со значением параметра $t > t_0$ через все его промежуточные или дискретные значения $y \in Y$.

2.5. Целенаправленные системы и управление

Под ***целью системы*** понимается задача получения желаемого выходного воздействия или достижения желаемого состояния системы.

Пример: задачи линейного программирования.

$$f = \sum_{j=1}^{n} \gamma_j x_j - \min \quad j = \overline{i, n} \tag{2.1}$$

$$\sum_{j=1}^{n} \alpha_{ij} x_j = \beta_i \quad (i = \overline{i, m}),\ (j = \overline{i, n}) \tag{2.2}$$

$$\sum_{i=1}^{n} \alpha_{ij} x_j \le \beta_i \quad (j = \overline{i, n}),\ (i = \overline{i, m}) \tag{2.3}$$

f – целевая функция.

а) задачи планирования производства;

б) задача о рационе и т.д.;

в) задача оптимальной загрузки оборудования.

Постановка цели перед системой (часто говорят глобальной цели) влечет за собой необходимость а) формулировки локальных целей, стоящих перед элементами системы и группами элементов; б) целенаправленного вмешательства в функционирование (строение, создание) системы.

Целенаправленное вмешательство в процесс в системе называется ***управлением***.

Управление – универсальный термин в смысле огромного многообразия его конкретных реализаций:

а) в математических моделях это числа, функции, алгоритмы, графовые структуры;

б) в технических системах – сила, геометрические размеры, различные сигналы (например, команды ЭВМ);

в) в экономике – размеры финансирования, материальные ресурсы и сроки их поставки, расстановка кадров;

г) в социальной сфере – приказы, советы, действия, влияние на общественное мнение и т.д.

Управление – чрезвычайно широкий и свободный в употреблении термин. Строгий подход к управлению требует четкого, однозначного определения.

а) того, чем мы распоряжаемся;

б) каковы пределы, в которых мы можем выбирать;

в) каково влияние данного управления на процесс.

На практике по всем перечисленным требованиям могут быть неясности, а двумя последними вовсе пренебрегают. Это может приводить, в частности, к тому, что управление не будет вести к цели. Такое положение возможно, но в строгой трактовке управления – когда отсутствует описание процесса в системе. В этом случае мы просто набираем опыт работы с черным ящиком.

Наконец, следует сказать, что в случае, когда мы исходим из цели (что чаще всего бывает), может быть ситуация, при которой не существует управления, обеспечивающего ее выполнение. Тогда что–то меняют либо в структуре системы либо в области достижимости цели, либо в области управляющих воздействий.

Символическая запись управляемой системы:

$$S^{u}_{t_0 t}(y(t_0)) = y(t,u),\ y \in Y,\ t \in T,\ u \in U \ –$$

обобщенный вид процесса.

Пусть f – значение для тех выходных переменных, на которые можно влиять выбором управлений, $\mathcal{U}$ – ***<u>критерии</u>***, f_G – желаемый выход, G – цель.

$$f = f(y)$$

Пусть существует момент t_G (или он задан), и существует состояние характеристик y_G, позволяющее достичь цели f_G. Пусть состояние y_G может быть достигнуто управляемым процессом $S^{u}_{t_0 t}$. Тогда управление u_G, позволяющее выполнить цель f_G определяется как часть триады (t_0, y_G, u_G), управляющее соотношением

$$\begin{cases} S^{u}_{t_0 t}(y(t_0)) = y(t,u) \\ f(y) = f_G \end{cases}$$

$$y \in Y,\ t \in T,\ u \in U$$

Обозначим глобальную цель G^0, набор локальных целей первого иерархического уравнения – через $\{G^1\}$, второго через $\{G^2\}$ и т.д. Иерархическая структура целей в системе запишется так:

$$G^o \to \{G^1\} \to \{G^2\} \to \cdots$$

3. Принципы и процедуры системного анализа

3.1. Принципы системного подхода

– Принцип конечной цели: абсолютный приоритет конечной (глобальной цели).

– Принцип единства: совместное рассмотрение системы как целого и как совокупности частей (элементов).

– Принцип связности: рассмотрение любой части совместно с ее связями с окружением.

– Принцип модульного построения: полезно выделение модулей в системе и рассмотрения ее как совокупности модулей.

– Принцип иерархии: полезно введение иерархии частей (элементов) и (или) их ранжирование.

– Принцип функциональности: совместное рассмотрение структуры и функции с приоритетом функции над структурой.

– Принцип развития: учет изменяемости системы; ее способность к развитию, расширению, замене частей, накапливанию информации.

– Принцип децентрализации: сочетание в принимаемых решениях и управлении централизации и децентрализации.

– Принцип неопределенности: учет неопределенностей и случайностей в системе.

3.2. Основные процедуры системного анализа

– Изучение структуры системы, анализ ее компонентов, выявление взаимосвязей между отдельными элементами.

– Сбор данных о функционировании системы, исследование информационных потоков, наблюдение и эксперименты над анализируемой системой.

– Построение моделей.

– Проверка адекватности моделей, анализ неопределенности и чувствительности.

– Исследование ресурсных возможностей.

– Определение целей системного анализа.

– Формирование критериев.

– Генерирование альтернатив.

– Реализация выбора и принятия решений.

– Внедрение результатов анализа.

Пример: Экономические критерии – прибыль, рентабельность, себестоимость.Технико–экономические – производительность, надежность, долговечность.Технологические – выход продукта, качество продукта и т.д.

4. Модели и моделирование в системном анализе

4.1. Основные понятия

Одним из основных методов научного познания является эксперимент, а самой распространенной его разновидностью – ***метод моделирования систем***.

Существуют системы, на которых просто невозможно ставить эксперименты с познавательной целью. К таким системам относится ***экономика***.

Под ***моделью*** принято понимать систему, способную замещать оригинал так, что ее изучение дает новую информацию об оригинале. Модель должна частично или полностью воспроизводить структуру моделируемой системы, ее функции.

Под ***моделированием*** понимается передача построения и исследования модели, способной заменить реальную систему и дать о ней новую информацию.

Процесс моделирования включает в себя следующие основные этапы:

а) постановка проблемы (задачи), выработка цели исследования и исходных предпосылок;

б) переход от оригинала к модели, т.е. построение модели;

в) экспериментальное исследование модели;

г) перенесение результатов, полученных при исследовании модели на моделируемую систему (оригинал).

Процесс моделирования обладает цикличностью.

Пример: самолет.

Возможность переноса различных свойств модели на оригинал обоснована сходством (аналогией) оригинала и модели. Что же касается вида и полноты сходства оригинала и модели, то этот вопрос решается в зависимости от особенностей различных типов моделей.

Модели условно делятся на 2 типа: ***физические*** и ***символические***.

В свою очередь физические модели делятся на модели ***геометрического подобия*** и ***аналоговые модели***.

Символические модели описывают структуру и функции оригинала с помощью символов и соотношений между ними, выражающих определенные зависимости, присущие оригиналу.

Большое место среди символических моделей занимают ***математические модели*** (уравнения неравенства, функции, алгоритмы и т.д.), отражающие математические и логические зависимости.

Математическая модель представляет собой систему математических и логических соотношений, описывающих структуру и функции реальной системы.

– отличается по своей физической природе от оригинала;

– часто является универсальной, т.е. используется для исследования различных систем;

– позволяет использовать средства вычислительной техники.

Среди математических моделей важное место занимают ***экономико–математические модели***.

4.2. Экономико–математические модели

Большинство экономико–математических моделей включают в себя систему уравнений и неравенств, состоящих из набора переменных и параметров. Переменные величины характеризуют, например, объем производимой продукции, капитальных вложений, перевозок и т.п., а параметры – нормы расхода сырья, материалов, времени на производство определенной продукции.

Практически в каждой модели можно выделить две группы переменных: 1) ***внешние переменные*** – их значения определяются вне данной модели и считаются заданными; 2) ***внутренние переменные***, значения которых определяются в результате исследования модели.

Различают ***структурные*** и ***функциональные*** экономико–математические модели. ***Структурные модели*** исследуют состав системы, взаимосвязи ее элементов. ***Функциональные модели*** позволяют оптимизировать поведение системы в различных ситуациях безотносительно к ее внутренней структуре.

Экономико–математические модели ***используются*** преимущественно для ***планирования*** или ***прогнозирования*** системы на будущее (как будет протекать экономический процесс, если в его основу положить определенную систему экономических предпосылок).

Экономико–математические модели делятся также на ***описательные*** и ***оптимизационные***. ***Описательные модели*** экономических систем представляют собой формализованную с помощью математического аппарата экономическую задачу и используются для более глубокого изучения состояния системы и взаимосвязи ее элементов.

Пример: матричные модели межотраслевого баланса, производственная функция.

Оптимизационные модели обладают условием нахождения оптимального решения (критерий оптимальности), который записывается в виде функционала.

Пример: модели оптимального производства, программы оптимального раскроя, оптимального размещения предприятий, транспортная задача и т.п.

Делятся также на ***линейные*** и ***нелинейные***.

Пример: увеличение выпуска продукции – затраты производства на

динамические и ***статические***.

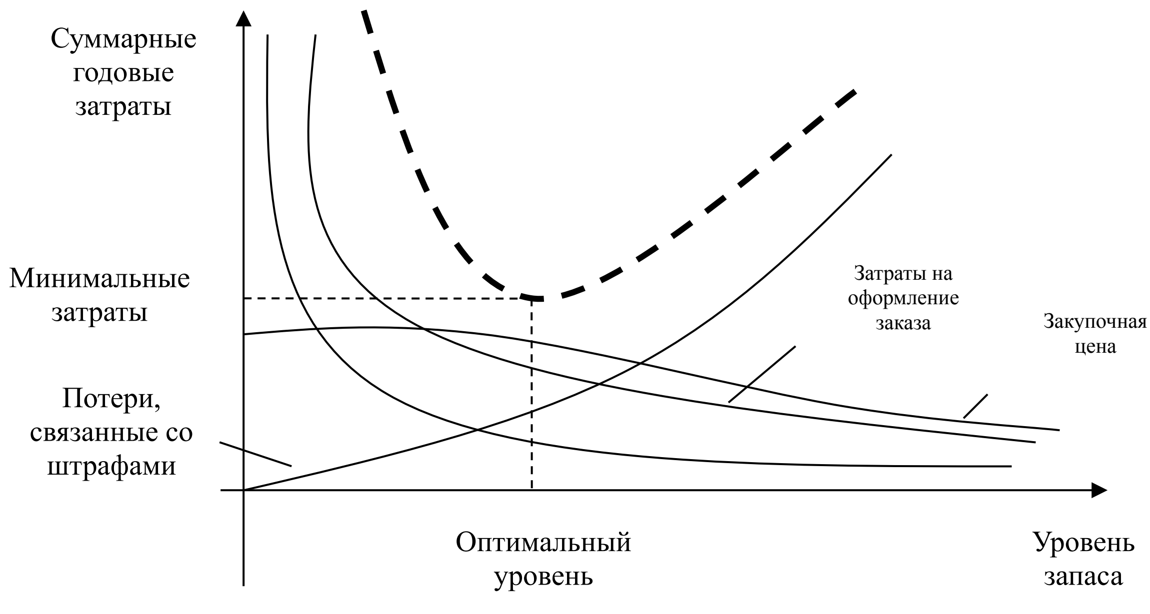
5. Типичные классы задач системного анализа

Накопленный опыт в решении практических задач системного анализа позволяет выделить по содержательной постановке следующие типичные задачи.

5.1. Задачи управления запасами

С увеличением запасов увеличиваются расходы на их хранение, но уменьшаются потери из–за возможной их нехватки. Следовательно, одна из задач управления запасами заключается в определении такого уровня запасов, который минимизирует следующий критерий: сумму ожидаемых затрат по хранению запасов, а также потерь из–за дефицита.

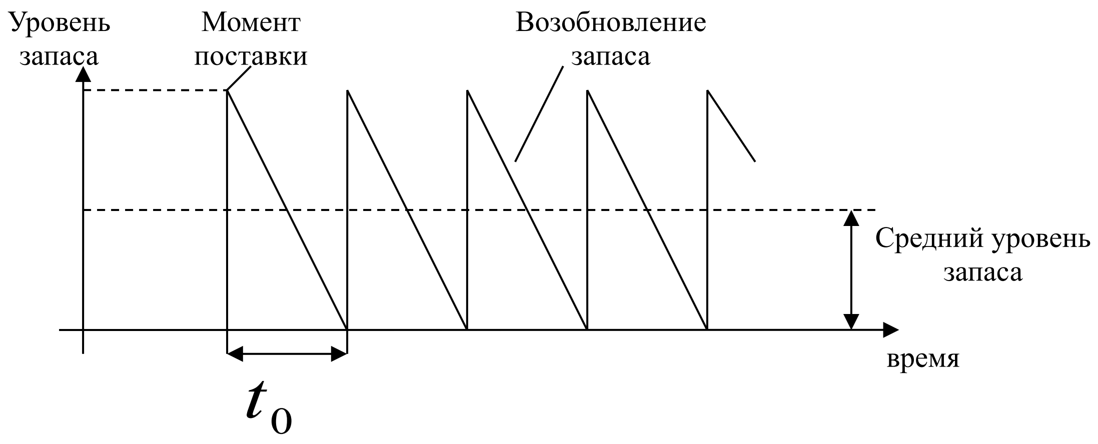
(Суммарные затраты) = (Затраты на приобретение) + (Затраты на оформление заказа) + (Затраты на хранение заказа) + (Потери от дефицита)



5.1.1. Однопродуктовая модель простейшего типа

Характеризуется постоянным во времени спросом, мгновенным пополнением запаса и отсутствием дефицита.

Пример: осветительные лампы в здании, использование канцелярских товаров крупной фирмой, пром. изделия (болты, гайки), поступление продуктов питания (хлеб, молоко).



Пусть β – интенсивность спроса (в ед. времени). Уровень запаса достигает нуля спустя y/β единиц времени после получения заказа размером y.

Пусть K – затраты на оформление заказа, имеющие место всякий раз при его размещении и предположении, что затраты на хранение в ед. времени равны h.

Тогда суммарные затраты в ед. времени

$U(y) =$[затраты на оформление заказа в ед. времени]+[затраты на хранение запасов в ед. времени].

$$U(y) = \frac{K}{y/\beta} + h\frac{y}{2} \tag{5.1}$$

Отсюда

$$\frac{dU(y)}{dy} = -\frac{K\beta}{y^2} + \frac{h}{2} = 0 \Rightarrow y^* = \sqrt{\frac{2K\beta}{h}} \tag{5.2}$$

$y^* = \sqrt{\frac{2K\beta}{h}}$ – оптимальное значение размера заказа

(формула Вильсона)

Оптимальная стратегия модели предусматривает заказ y^* ед. продукции через каждые $t_0^* = y^* / \beta$ ед. времени.

Оптимальные затраты:

$$U(y^*) = \frac{K\beta}{\sqrt{\frac{2K\beta}{h}}} + \frac{h}{2}\sqrt{\frac{2K\beta}{h}} = \sqrt{2K\beta h}$$

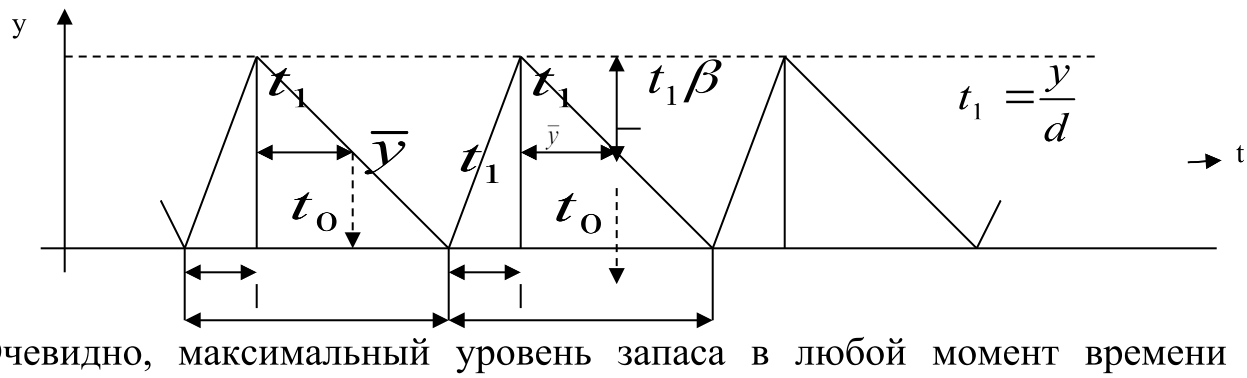
$$\boxed{U(y^*) = \sqrt{2K\beta h}} \tag{5.3}$$

Для большинства реальных ситуаций существует (положительный) срок выполнения заказа (временное запаздывание) L от момента размещения до его действительной поставки. Стратегия размещения заказов должна определить ***точку возобновления заказа***.

На практике это реализуется путем непрерывного контроля уровня запаса до момента достижения им очередной точки возобновления заказа.

$$U_з^* = \begin{cases} t_0\beta, t_0 > L \\ (L - t_0)\beta, t_0 < L \end{cases}$$

5.1.2. Модели с равномерным наполнением запаса



Очевидно, максимальный уровень запаса в любой момент времени равен:

$$\bar{y} = y - \frac{y}{\alpha}\beta,$$

тогда

$$U(y) = \frac{K\beta}{y} + \frac{h}{2}\left(1 - \frac{\beta}{\alpha}\right)y$$

$$y^* = \sqrt{\frac{2K\beta}{h(1 - \frac{\beta}{\alpha})}} \qquad (5.4)$$

5.2. Задачи упорядочения

Характеризуются следующими особенностями. Например, имеется множество различных деталей с определенными технологическими маршрутами, а также несколько единиц оборудования (фрезерный, токарный, шлифовальный станки), на которых эти детали обрабатываются, т.к. одновременно обрабатывать более одной детали невозможно, у некоторых станков может образоваться очередь, т.е. деталей, ждущих обработки. Время обработки каждой детали известно. Определить такую очередность обработки деталей на каждом станке, при котором минимизируется некоторый критерий оптимальности, например, суммарная продолжительность завершения комплекса работ. Также задача называется задачей календарного планирования или составления расписания, а выбор очередности запуска деталей в обработку – упорядочением.

В качестве примера рассмотрим упрощенный вариант этой задачи, для которой разработан удобный алгоритм.

Пусть имеется несколько изделий, каждая из которых должна быть обработана на 2–х машинах (станках). Известны время обработки и последовательность обработки каждого изделия на каждой машине. Требуется выбрать такой порядок обработки изделий, при котором суммарное время обработки будет минимальным.

Основные ограничения:

а) время перехода от одной машины к другой незначительно и им можно пренебречь;

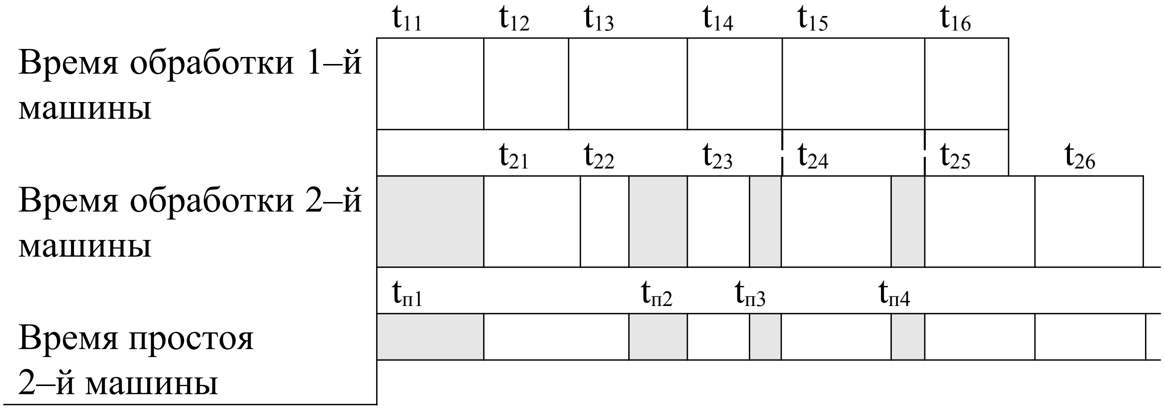
б) каждое изделие обрабатывается в определенном технологическом порядке;

в) каждое обслуживание должно быть завершено прежде, чем начнется следующее.

Обозначим t_{1j} – время обработки j–го изделия на 1–й машине, t_{2j} – на 2–й машине. Пример:

Номер изделия	j	1	2	3	4	5	6
Время обработки на	t_{1j}	6	4	6	5	7	4

1–й машине							
Время обработки на 2–й машине	t_{2j}	5	2	3	6	6	7



<u>Построение модели.</u>

Пусть $t_{Пj}$ – время простоя 2–й машины между концом выполнения работы по обработке $(j-1)$–го изделия на 2–й машине и началом обработки j–го изделия на той же самой машине. Тогда суммарное время обработки изделий составит:

$$T = \sum_{j=1}^{m} t_{2j} + \sum_{j=1}^{m} t_{Пj} = 29 + 12 = 41$$

Так как сумма $\sum_{j=1}^{m} t_{2j}$ известна, то надлежит минимизировать $\sum_{j=1}^{m} t_{Пj}$ (в нашем случае $\sum_{j=1}^{6} t_{Пj} = 12$)

<u>Построение алгоритма.</u>

Для нахождения оптимальной последовательности порядка обслуживания “m” требований на 2–х пунктах обслуживания наибольшую известность получил «алгоритм Джонсона». Включает следующие этапы:

а) ***<u>поиск наименьшего элемента:</u>***

Рассмотрим все t_{1j} и t_{2j} и среди них выберем минимальное, т.е. $\min\{t_{1j}, t_{2j}\}$. В нашем случае это $t_{2j} = 2$.

б) ***<u>перестановка изделий:</u>***

Если выбранная величина находится в 1–й строке (относится к 1–й машине), то соответствующее изделие помещается на обслуживание в первую возможную очередь. Если – во 2–й строке (относится ко 2–й машине) – то в последнюю очередь.

в) ***<u>исключение из рассматриваемого выбранного изделия:</u>***

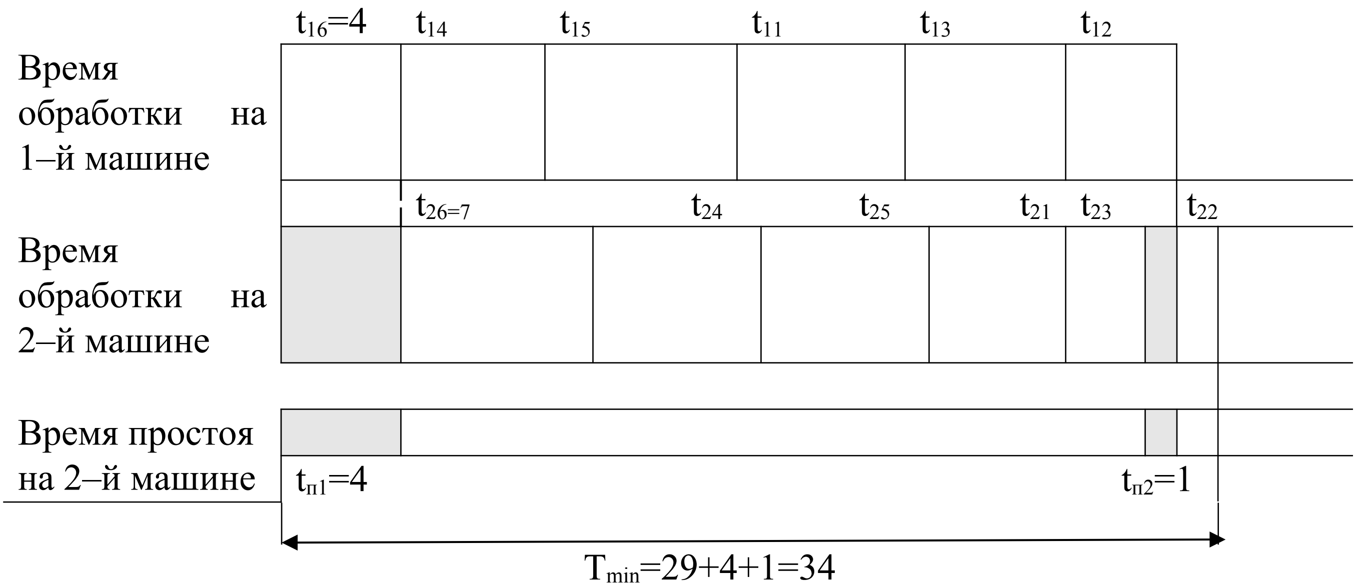
Выбранному изделию присваивается новый номер в очереди, который в дальнейшем считается занятым. Из последующего рассмотрения оно исключается.

Далее осуществляется переход к этапу а).

После определения оптимального порядка обработки изделий на машинах графически определяется время простоя и работы 2–й машины, которое является минимальным из всех возможных.

Номер изделия	j	1	2	3	4	5	6
Время обработки на 1–й машине	t_{1j}	6	4	6	5	7	4
Время обработки на 2–й машине	t_{2j}	5 (4)	2 (6)	3 (5)	6 (2)	6 (3)	7 (1)
Номер изделия		4	1	2	5	6	3

Номер изделия	j	6	4	5	1	3	2
Время обработки на 1–й машине	t_{1j}	4	5	7	6	6	4
Время обработки на 2–й машине	t_{2j}	7	6	6	5	3	2



5.3. Сетевые модели

5.3.1. Основные положения

Чтобы завершить создание продукции или строительство объекта к определенному сроку, необходимо увязать выполнение работ всеми исполнителями во времени, стоимости, ресурсам и другим технико–экономическим показателям.

Пример: ленточный график, циклограммы и т.д.

Система СПУ – комплекс графических и расчетных методов, организационных мероприятий с целью моделирования, анализа и оптимизации плана работ по проектированию или изготовлению некоторого изделия.

Основным плановым документом в системе СПУ является ***сетевой график*** – (сетевая модель, сеть) – безмасштабное графическое изображение планируемого процесса и отражающее взаимосвязь и последовательность входящих в него работ.

Объект управления в СПУ – коллектив исполнителей, располагающий определенными материальными и денежными ресурсами и выполняющий комплекс работ, направленных на достижение конечного результата в установленные сроки.

Система СПУ охватывает следующие основные этапы планирования и управления комплексом работ.

1) выявление работ, которые необходимо произвести в процессе проектирования или изготовления некоторого изделия и связей между ними;

2) построение сетевого графика процесса на основе 1);

3) установление количественных оценок по каждой работе (время, стоимость, ресурсы);

4) расчет параметров сетевого графика вручную или с помощью ЭВМ;

5) анализ и оптимизация сетевого графика (вручную или с помощью ЭВМ) с целью получения определенных оптимальных показателей (минимальное время выполнения работ, минимальная стоимость, минимальная экономия ресурсов;

6) использование сетевого графика как основного элемента инструмента управления ходом работ.

5.3.2. Теоретические основы СПУ

В основе сетевого моделирования лежит изображение планируемого комплекса работ в виде ***графа*** (блок–схемы, структурных соединений).

Граф – это схема, состоящая из заданных точек – ***вершин***, соединенных определенной системой линий, которые называются ***ребрами*** или ***дугами*** графа.

Ребра могут быть ***ориентированными*** (снабжены стрелками – дуги) и ***неориентированными***.

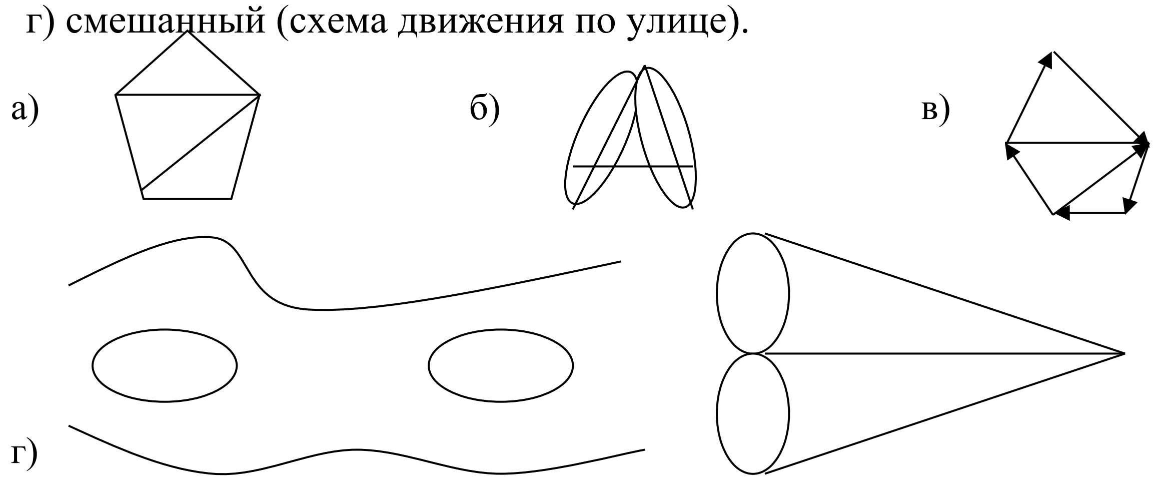
Имеется несколько типов графов:

а) обыкновенный граф (без дуг, петель и кратных ребер);

б) мультиграф (имеются кратные ребра);

в) ориентированный (обыкновенный с ориентированными ребрами);

г) смешанный (схема движения по улице).



Графы бывают также ***конечные*** и ***бесконечные***, ***пространственные*** и ***плоские***.

Основатель теории графов – Л. Эйлер, рассмотревший в 1736 г. задачу о «кененгбергских мостах».

В основе сетевого графика лежит ориентированный граф. Одной из основных конструкций графа является ***путь***.

Путь – это последовательность дуг, позволяющих пройти из одной вершины в другую и каждая дуга которой встречается один раз.

Замкнутый путь называется ***контуром***.

5.3.3. Основные элементы сетевого графика

Сетевой график – это конечный плоский ориентированный граф без контуров, дуги которого имеют одну или несколько числовых характеристик.

В сетевом графике имеются два основных элемента – ***работа*** и ***событие***.

Работами называются любые процессы, действия, приводящие к достижению определенных результатов (событий).

Продолжительность измеряется в ед. времени (часы, сутки, недели и т.п.).

Количественные показатели: трудоемкость, стоимость, материальные ресурсы для выполнения.

Различают ***действительную работу***, ***ожидание***, ***фиктивную работу***.

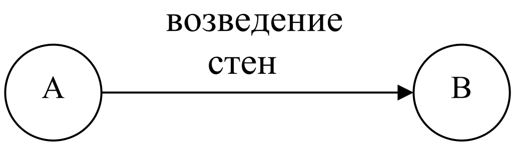
Действительная работа – работа, требующая затрат времени и ресурсов.

Ожидание – работа, требующая затрат времени, но не ресурсов (твердение бетона, сушка, созревание).

Фиктивная работа – отражает логическую связь между работами и не требует времени и ресурсов (передача чертежей, программы и т.п.).

Событием называется результат произведенной работы (работ).

Изображается:



А – фундамент залит, В – стены возведены

А – исходное событие, В – завершающее событие

5.3.4. Порядок и правила построения сетевых графиков

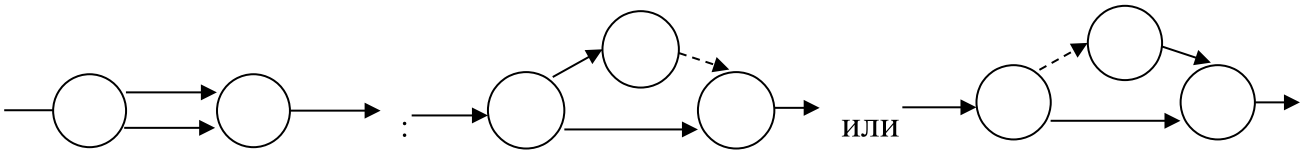
1) Сеть строится слева направо, от исходного события к завершающему.

2) Длина и наклон стрелок значения не имеют. Однако все они направлены слева направо.

3) В сети не должно быть контуров (т.е. замкнутых путей).

4) Сетевой график – это плоский график, поэтому стрелки в нем не должны пересекаться.

5) Пара событий может быть соединена только одной работой (т.е. сетевой график не может быть мультиграфом). Для устранения этой ситуации вводится ***дополнительное событие*** и ***фиктивная работа***.



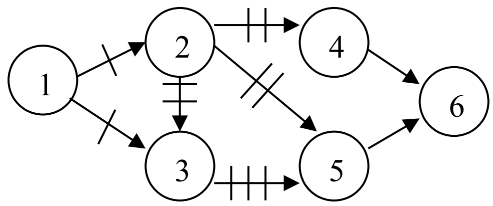
6) В сети не должно быть (кроме исходного) хвостовых событий, т.е. событий, в которые не входит ни одна работа.

7) В сети не должно быть (кроме завершающего) тупиковых событий,

т.е. событий, из которых не выходит ни одна работа.

Нумерация (упорядочение сетевого графика) производится по методу ***ранжирования***.

Пример:



2 – событие 1–го ранга;
3,4 – событие 2–го ранка;
5 – событие 3–го ранга.

Наиболее продолжительный полный путь в сетевом графике называется ***критическим***.

Критическими называются также ***работы*** и ***события***, расположенные на этом пути.

5.3.5. Временные параметры сетевых графиков и их нахождение

Параметры событий:

$t_p(i)$ – определяется продолжительностью максимального пути, предшествующего этому событию.

$$t_p(i) = \max_{L_{ni}} t(L_{ni}) \qquad (5.5)$$

если j имеет несколько предыдущих событий, то

$$t_p(j) = \max_{i,j} \left[t_p(i) + t(i,j) \right] \qquad (5.6)$$

$$t_П(i) = t_{кр} - \max t(Lc_i) \qquad (5.7)$$

где L_{ci} – любой путь, следующий за i–м событием, т.е. путь от i–го до завершающего события цепи.

Если i имеет несколько последующих путей или событий j, то удобно пользоваться формулой

$$t_П(i) = \min_{i,j} \left[t_П(j) - t(i,j) \right] \qquad (5.8)$$

Резерв времени определяется как

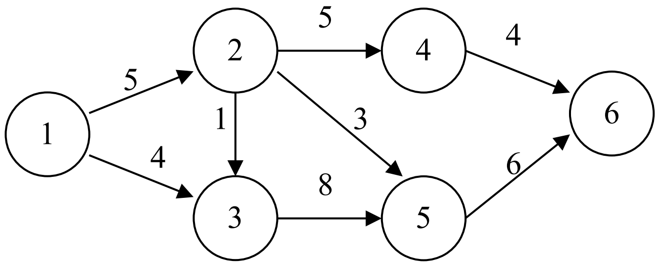
$$R(i) = t_П(i) - t_p(i) \qquad (5.9)$$

Он показывает на какой допустимый период времени можно задержать наступление этого события, не вызывая при этом увеличение срока выполнения комплекса работ.

Замечания. Критические события резервов времени не имеют.

Отсюда ***вывод***: определив ранний срок наступления завершающего события сети, мы тем самым определяем длину критического пути, и, выявляя событие с нулевыми резервами времени, определяем его топологию.

Пример:



критические события
1, 2, 3, 5, 6
критический путь
1→2→3→5→6
$t_{кр} = 5 + 1 + 8 + 6 = 20$

Номера событий	Сроки совершения событий		Резервы времени событий
	$t_{р(i)}$	$t_{П(i)}$	
1	0	0	0
2	5	5	0
3	6	6	0
4	10	16	6
5	14	14	0
6	20	20	0

№ п/п	Работа (i,j)	Продолжение работы t (i,j)	Сроки начала и окончания работ				Резервы времени			
			$t_{рн}$	$t_{ро}$	$t_{Пн}$	$t_{По}$	$R_П$	R_i	R_c	$R_н$
1	(1,2)	5	0	5	0	5	0	0	0	0
2	(1,3)	4	0	4	2	6	2	2	2	2
3	(2,3)	1	5	6	5	6	0	0	0	0
4	(2,4)	5	5	10	11	16	6	6	0	0
5	(2,5)	3	5	8	11	14	6	6	6	6
6	(3,5)	8	6	14	6	14	0	0	0	0
7	(4,6)	4	10	14	16	20	6	0	6	0
8	(5,6)	6	14	20	14	20	0	0	0	0

Параметры работ

Ранний срок начала работы $t_{рн}(i,j)$. Очевидно

$$t_{рн}(i,j)=t_р(i) \tag{5.10}$$

Тогда ранний срок окончания работ $t_{ро}(i,j)$

$$t_{ро}(i,j)=t_р(i)+t(i,j) \tag{5.11}$$

Поздний срок окончания работ $t_П(i,j)$

Очевидно

$$t_{По}(i,j)=t_{Пj} \tag{5.12}$$

Значит поздний срок начала работ $t_{ПН}(i,j)$

$$t_{ПН}(i,j)=t_{Пj}-t_{ij} \tag{5.13}$$

Резерв времени пути определяется как разность между длиной критического и рассматриваемого пути

$$R(L) = t_{кр} - t(L) \qquad (5.14)$$

Он показывает, на сколько в сумме могут быть увеличены продолжительность всех работ, принадлежащих этому пути.

Вывод: любая из работ пути L на его участке, не совпадающем с критическим путем, обладает резервом времени.

Среди резервов времени выделяют 4 разновидности резервов.

а) ***полный резерв времени*** $R_П(i, j)$ ***работы*** (i, j) – показывает насколько можно увеличить время выполнения данной работы при условии, что срок выполнения комплекса работ не изменяется

$$R_П(i, j) = t_П(j) - t_р(i) - t(i, j) \qquad (5.15)$$

Полный резерв времени равен резерву максимальному из путей, проходящих через данную работу.

Важным свойством $R_П(i, j)$ является то, что он принадлежит не только этой работе, но и всем полным путям, проходящим через нее.

б) ***частный резерв времени 1–го вида*** $R_1(i, j)$ есть часть полного резерва времени, на который можно увеличить продолжительность работы, не изменив при этом позднего срока ее начального события

$$R_1(i, j) = t_П(j) - t_П(i) - t(i, j) \qquad (5.16)$$

или $$R_1(i, j) = R_П(i, j) - R(i) \qquad (5.17)$$

Этим резервом можно располагать при выполнении данной работы в предположении, что ее начальное и конечное событие совершаются в свои самые поздние сроки.

в) ***частный резерв 2–го вида*** $R_c(i, j)$ или ***свободный резерв*** представляет часть полного резерва времени, на которую можно увеличить продолжительность работы, не изменив при этом раннего срока ее конечного события.

$$R_c(i, j) = t_р(j) - t_р(i) - t(i, j) \qquad (5.18)$$

или $$R_c(i, j) = R_П(i, j) - R(j) \qquad (5.19)$$

Этим резервом можно располагать при выполнении данной работы в предположении, что ее начальное и конечное события совершаются в свои самые ранние сроки.

г) ***Независимый резерв времени Rн(i,j)***.

Это часть полного резерва времени, получаемая для случая, когда все предшествующие работы заканчиваются в поздние сроки, а все последующие работы начинаются в ранние сроки.

$$R_н(i,j) = t_р(j) - t_П(i) - t(i,j) \tag{5.20}$$

или $$R_н(i,j) = R_П(i,j) - R(i) - R(j) \tag{5.21}$$

Таким образом, если ***частичный резерв времени 1–го вида*** может быть использован на увеличение продолжительности данной и последующих работ без затрат резерва времени предшествующих работ, ***свободный резерв времени*** – на увеличение продолжительности данной и предшествующих работ без нарушения резерва времени последующих работ, то ***независимый резерв времени*** может быть использован для увеличения продолжительности только данной работы.

Работы, лежащие на критическом пути, так же как и критические события, резервов времени не имеют.

Если на критическом пути лежит начальное событие i, то

$$R_П(i,j) = R_1(i,j) \tag{5.22}$$

Если на критическом пути лежит конечное событие, то

$$R_П(i,j) = R_с(i,j) \tag{5.23}$$

Если на критическом пути лежит начальное и конечное событие i и j, но сама работа не принадлежит этому пути, то

$$R_П(i,j) = R_1(i,j) = R_с(i,j) = R_н(i,j) \tag{5.24}$$

5.3.6. Анализ и оптимизация сетевого графика

Анализ сетевого графика начинается с анализа топологии сети, включающей контроль построения сетевого графика, установление целесообразности выбора работ, степени их расчленения.

Затем проводится классификация и группировка работ по величинам резервов.

Степень трудности выполнения в срок каждой группы работ некритического пути можно определить с помощью коэффициента напряженности работ.

Коэффициентом напряженности Кн (i,j) работы называется отношение продолжительности несовпадающих (заключенных между одними и теми же событиями) отрезков пути, одним из которых является путь максимальной продолжительности, проходящий через данную работу, а другим – критический путь:

$$K_н(i,j) = \frac{t(L\max - t'_{кр})}{t_{кр} - t'_{кр}} \qquad (5.25)$$

или $$K_н(i,j) = 1 - \frac{R_П(i,j)}{t_{кр} - t'_{кр}} \qquad (5.26)$$

Пример: для рассматриваемого примера

$$K_н(1,3) = \frac{18-14}{20-14} = \frac{4}{6};\ K_н(2,5) = \frac{14-11}{20-11} = \frac{3}{9}$$

$$K_н(2,4) = \frac{14-5}{20-5} = \frac{9}{15};\ K_н(4,6) = \frac{9}{15};$$

$$K_н(1,3) = 1 - \frac{2}{20-14} = \frac{4}{6}$$

$$K_н(2,5) = 1 - \frac{6}{20-11} = \frac{3}{9};$$

$$K_н(2,4) = 1 - \frac{6}{20-5} = \frac{9}{15}$$

(2,5) – резервное.

Чем ближе к 1 коэффициент напряженности $K_н(i,j)$, тем сложнее выполнить данную работу в установленные сроки. Чем ближе $K_н(i,j)$ к нулю, тем большим относительным резервом обладает максимальный путь, проходящий через данную работу.

Между полным резервом и коэффициентом напряженности нет однозначной зависимости.

Вычисление коэффициента напряженности позволяет дополнительно классифицировать работы по зонам. В зависимости от величины $K_н(i,j)$ выделяют три зоны: ***критическую*** $(K_н(i,j) > 0{,}8)$; ***подкритическую*** $(0{,}6 < K_н(i,j) > 0{,}8)$; ***резервную*** $K_н(i,j) < 0{,}6$.

Оптимизация сетевого графика – это процесс улучшения организации выполнения комплекса работ с учетом срока его выполнения. Проводится с целью сокращения длины критического пути, выравнивания коэффициентов напряженности работ, рационального использования ресурсов.

В первую очередь принимаются меры по сокращению продолжительности работ, находящиеся на критическом пути. Это достигается:

а) перераспределением всех видов ресурсов, как временных (использование резервов времени некритических путей), так и трудовых, материальных, энергетических (например, перевод части исполнителей, оборудования с некритических путей на работы критического пути), при этом из зон менее напряженных в зоны, объединяющие более напряженные работы.

б) сокращение трудоемкости критических работ за счет передачи части работ на другие пути, имеющие резервы времени.

в) параллельным выполнением работ критического пути.

г) параметром топологии сети, изменением состава работ и структуры сети.

Наиболее распространенным методом оптимизации сетевого графика в настоящее время является ***метод время – стоимость***.

В зависимости от полноты решаемой задачи оптимизация может быть условно разделена на ***частичную*** и ***комплексную***. Мы рассмотрим частичную оптимизацию, которая может быть следующего вида:

а) минимизация времени выполнения работ при заданной им стоимости;

б) минимизация стоимости комплекса работ при заданном выполнении выполнения проекта;

Для простоты ограничимся рассмотрением случая а). Будем предполагать, что уменьшение продолжительности работы пропорционально возрастанию его стоимости.

Пусть $\alpha(i,j) \le t(i,j) \le \beta(i,j)$,

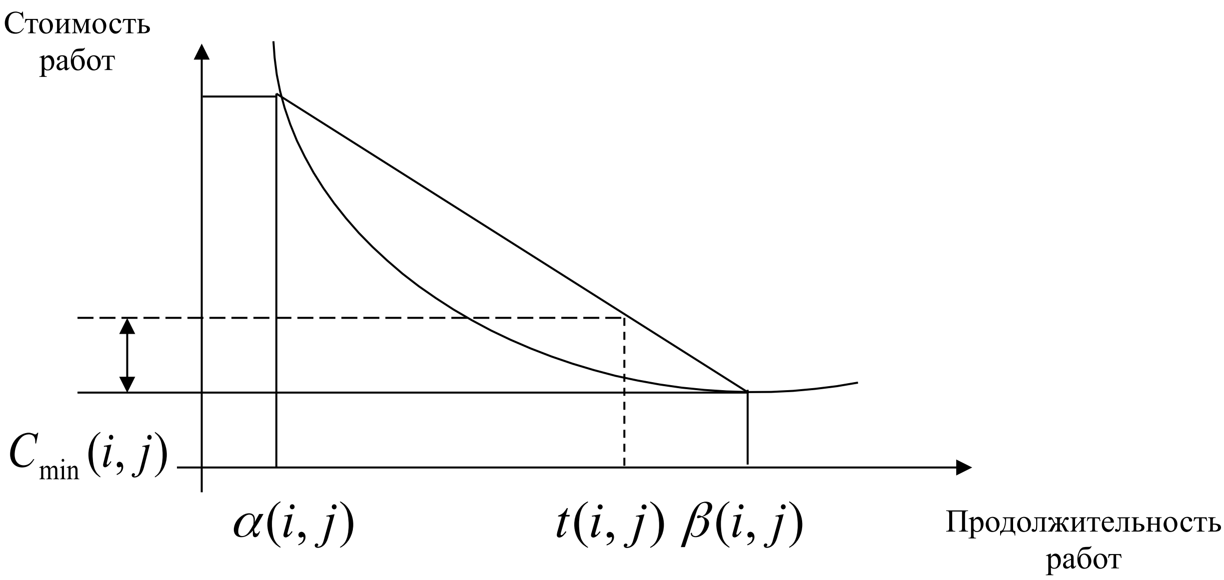
где $\beta(i,j)$ – нормальная продолжительность работ;

$\alpha(i,j)$ – минимально возможная (экстренная) продолжительность работы (i,j), которую только можно осуществлять в условиях разработки.

При этом стоимость $C(i,j)$ работы

$$C_{\min}(i,j) \le C(i,j) \le C_{\max}(i,j)$$

при нормальной продолжительности работы	при экстремальной продолжительности работы



$$\Delta C(i,j)=\lfloor\beta(i,j)-t(i,j)\rfloor h(i,j) \qquad (5.27)$$

$$h(i,j)=tg\alpha$$

$h(i,j)$ – показывает затраты на ускорение работы (i,j) (по сравнению с нормальной продолжительностью) на ед. времени.

$$h(i,j)=tg\alpha=\frac{C_{\max}(i,j)-C_{\min}(i,j)}{\beta(i,j)-\alpha(i,j)} \qquad (5.28)$$

Самый очевидный вариант частной оптимизации сетевого графика с учетом стоимости предполагает использование резервов времени работ. При этом стоимость выполнения проекта, равная до оптимизации

$$C=\sum_{i,j}C(i,j)$$

уменьшается на величину

$$\Delta C=\sum_{i,j}\Delta C(i,j)=\sum_{i,j}\lfloor\beta(i,j)-t(i,j)\rfloor h(i,j) \qquad (5.29)$$

6. Некоторые принципы принятия решений в задачах системного анализа

6.1. Общие положения

В процессе принятия решений возникают следующие трудности:

а) большое число критериев не всегда согласованы между собой;

б) высока степень неопределенности, которая обусловлена недостаточной информацией для принятия решений.

Любой процесс принятия решений включает следующие элементы:

1. Цель. Необходимость принятия решений определяется целью или несколькими целями, которые должны быть достигнуты.

2. Лицо, принимающее решение, должно нести ответственность за последствия этих решений.

3. Альтернативные решения (различные варианты достижения целей).

4. Внешняя среда (совокупность всех внешних факторов, влияющих на исход решений).

5. Исходы решений.

6. Правила выбора решений (решающие правила).

Эти правила позволяют определить наиболее предпочтительные в смысле выбранного критерия решения.

Теория принятия решений использует различные процедуры, позволяющие формализовать предпочтения, т.е. выразить их в единственной количественной мере. Основой для таких процедур является ***теория полезности***, разработанная Дж.фон Нейманом и О. Моргерштерном. Ее математическая основа – система аксиом, в которых утверждается, что существует некоторая мера ценности, позволяющая упорядочить результаты решений. Эта мера называется ***функцией полезности решений*** или ***полезностью***.

В зависимости от условий внешней среды и степени информированности лица существует следующая классификация задач принятия решений:

а) в условиях определенности;

б) в условиях риска;

в) в условиях конфликтных ситуаций или противодействия (активного противника).

Остановимся на каждом из них поподробнее.

6.2. Принятие решений в условиях определенности

Основная трудность – наличие нескольких критериев, по которым следует сравнивать исходы.

а) пусть имеется совокупность критериев:

$$F_1(x), F_2(x), \ldots, F_n(x), x \in X$$

Найти решение, которое окажется наилучшим в смысле выбираемого критерия.

Если все критерии измеряются в одной шкале, то обобщенный критерий

$F_o(x)$ можно записать в виде взвешенной суммы этих критериев

$$F_o(x) = \sum_{i=1}^{n} W_i F_i(x) \tag{6.1}$$

где W_i – вес соответствующего критерия.

В этом случае нужно найти $\max\limits_{x} F_o(x)$.

Если же критерии измеряются в различных шкалах, то необходимо привести их к одной шкале. Для этого формируют критерий

$$\min_{x} F_o(x) = \min_{x} \sum_{i=1}^{n} W_i \frac{F(x_i) - F(x_i)}{\left|F_i(x_i^*\right|} \tag{6.2}$$

где $F_i(x_i^*) = \max\limits_{x_i} F_i(x_i)$.

б) пусть критерии упорядочены в последовательности $F_1(x), F_2(x), \ldots, F_n(x)$. Тогда задача отыскания оптимального решения может быть описана как

$$\max_{x \in X} F_1(x) \text{ при ограничениях}$$
$$F_2(x) \geq F_{2доп} \ldots F_n(x) \geq F_{nдоп}.$$

6.3. Принятие решений в условиях риска

Эта задача возникает в том случае, когда с каждой принимаемой стратегией x_i связано целое множество возможных результатов $Q_1, Q_2, \ldots, Q_m$ с известными вероятностями $P(Q_j / x_i)$. Формально модель задачи такова.

Пусть λ_{ij} – полезность результата Q_j при использовании решения x_i.

Пусть заданы условные вероятности $P(Q_j / x_i)\ j = \overline{1,m}, i = \overline{1,n}$. Вводят ожидаемую полезность для каждой стратегии

$$E\{u(x_i)\} = \sum_{j=1}^{m} u(Q_j, x_j) p(Q_j / x_j) \quad (i = \overline{1,n}) \tag{6.3}$$

где $u(Q_j, x_i) = \ell_{i,j}$

Решающее правило для определения оптимальной стратегии x_i записывается так

$$E\{u(x_i)\} = \max_{x_\kappa} E\{u(x_\kappa)\} \tag{6.4}$$

6.4. Принятие решений в условиях неопределенности

Одним из определяющих факторов в таких задачах является внешняя среда или природа, которая может находиться в одном из состояний S_1, …, S_κ, которое неизвестно лицу, принимающему решение (наблюдатель).

Пусть по–прежнему $\lambda_{ij} = u(Q_j / x_i), j = \overline{1,m}, i = \overline{1,n}$, полезность результата при использовании стратегии x_i. В зависимости от состояния среды результат Q_j достигается с вероятностью $p(Q_j / x_i, S_\kappa)$.

Кроме того, наблюдателю неизвестно распределение вероятностей $p(S_\kappa)$. Относительно среды наблюдатель может высказывать определенные гипотезы. Его предположение о вероятном состоянии среды называется субъективными вероятностями $\hat{p}(S_\kappa)$. Если бы величина $p(S_\kappa)$ была известна наблюдателю, то мы бы имели задачу принятия решений в условиях риска. В этом случае решающее правило x_i^* определяется следующим образом:

$$\max_{x_i} \sum_{j=1}^{n} \sum_{\kappa=1}^{\kappa} u(Q_j, x_i) p(Q_j / x_i, S_\kappa) p(S_\kappa) = \max_{x_i} \{u(x_i)\} \tag{6.5}$$

На самом деле состояние среды неизвестно и неизвестно также распределение вероятностей $p(S_\kappa)$.

Как выбрать оптимальную стратегию при этом? Существует несколько критериев для выбора оптимальной стратегии.

а) ***Критерий Вальда (критерий осторожного наблюдателя)***. Этот критерий оптимизирует полезность в предположении, что среда находится в самом невыгодном для наблюдателя состоянии. При этом критерии решающее правило имеет вид:

$$\max_{x_i} \min_{S_\kappa} u(x_i, S_\kappa) \tag{6.6}$$

где $$u(x_i, S_\kappa) = \sum_{j=1}^{n} u(Q_j, x_i)\, p(Q_i / x_i, S_\kappa) \tag{6.7}$$

По критерию Вальда выбирают стратегию, которая дает гарантированный выигрыш при наихудшем состоянии среды.

б) <u>***Критерий Гурвица***</u> основан на следующих предположениях: среда может находиться в самом невыгодном состоянии с вероятностью $1-\alpha$ и в самом выгодном – с вероятностью α, где α – коэффициент доверия. Тогда решающее правило записывается так:

$$\max_{x_i} \left[\alpha \max(x_i, S_\kappa) + (1-\alpha) \min u(x_i, S_\kappa) \right] \tag{6.8}$$

$$0 \leq \alpha \leq 1$$

Если $\alpha = 0$, то получаем критерий Вальда.

Если $\alpha = 1$, то приходим к решающему правилу вида

$$\max_{x_i} \max_{S_\kappa} u(x_i, S_\kappa) \tag{6.9}$$

так называя стратегию «здорового оптимизма», который верит в удачу.

в) <u>***Критерий Лапласа***</u>. Если неизвестны состояния среды, то все состояния среды считают равновероятными.

$$p(S_i) = \ldots p(S_j) \ldots p(S_\kappa)$$

В результате решающее правило определяется соотношением (6.8) при условии $p(S_\kappa) = \dfrac{1}{\kappa}$.

г) <u>***Критерий Сэвиджа***</u> (критерий минимизации сожалений).

«Сожаление» – это величина, равная изменению полезности результата при данном состоянии среды относительно наилучшего возможного состояния.

В этом случае критерий для выбора оптимальной стратегии имеет следующий вид:

$$\max_{x_i} \min_{S_\kappa} u_c(x_i, S_\kappa) \tag{6.10}$$

где $u_c(x_i, S_к) = u(x_i, S_к) - \max_i u(x_i, S_к)$

Выбор критерия принятия решения является наиболее сложным и ответственным этапом в системном анализе. При этом не существует каких–либо общих рекомендаций или советов. Выбор критерия должен производить заказчик на самом высоком уровне и в максимальной степени согласовывать этот выбор с конкретной спецификой задачи, а также со своими целями.

В частности, если даже минимальный риск недопустим, то используют критерий Вальда. Если, наоборот, определенный риск вполне приемлем и заказчик готов вложить в некоторое предприятие столько средств, чтобы он потом не сожалел, что вложено мало, то выбирают критерий Сэвиджа.

7. Принятие решений в условиях конфликтных ситуаций или противодействия

7.1. Общие положения

В отличие от рассмотренных выше задач принятия решений, в которых внешняя среда (природа) предполагалась пассивной, конфликтные ситуации предполагают наличие, по крайней мере, ***двух противодействующих сторон, интересы которых противоположны***. Эти задачи составляют проблематику ***теории игр***.

Целью теории игр является выработка рекомендаций по рациональному образу действия участников многократного повторяющегося конфликта.

Нашла применение в экономике, в ходе военных действий, анализе надежности и т.п. Характерным примером является довольно распространенная ситуация, когда несколько фирм добиваются права у заказчика на получение выгодного заказа или конфликтуют из–за овладения новыми рынками сбыта.

Игра – это модель конфликтной ситуации. Ведется по определенным правилам, которые определяют возможные варианты действий участников игры, объем информации об этих действиях, а также результат игры.

Игроки – это стороны, участвующие в конфликте.

Выигрыш (проигрыш, платеж) – результат конфликта.

Игры бывают ***парные*** и ***множественные***.

Ходом в теории игр называется выбор одного из предложенных правилами игры действий и его осуществление.

Сами действия называются ***стратегиями***. Число стратегий каждого игрока ***конечно*** или ***бесконечно***.

Игры бывают ***одноходовые*** и ***многоходовые***. Ходы могут быть ***личные*** и

случайные. Игры, которые содержат только случайные ходы, теорией игр не изучаются. Игры бывают также с ***полной информацией*** и ***неполной информацией***.

7.2. Игра двух лиц с нулевой суммой

Методы теории игр наиболее развиты для конечной одноходовой игры двух лиц с нулевой суммой (т.е. сумма выигрышей игроков равна 0). Такие игры еще называют ***антагонистическими***.

Пусть A и B – участники игры. Саму игру опишем с помощью так называемой ***платежной матрицы*** (матрицы игры) порядка $m \times n$. Строки этой матрицы – это чистые стратегии игрока A $(A_1, A_2, \dots, A_m)$, а столбцы – чистые стратегии игрока B $(B_1, B_2, \dots, B_n)$/

Предполагается, что каждому игроку известны все элементы платежной матрицы.

Элемент α_{ij} определяет результат игры, а именно выигрыш игрока A при выборе игроками A и B стратегий $A_i (i = \overline{1, m})$ и $B_j (j = \overline{1, n})$ соответственно.

В этом случае достаточно исследовать только платежную матрицу игрока A.

В данной игре игрок A стремится выбрать такую строку матрицы, чтобы ***максимизировать свой выигрыш***, а игрок B – такой столбец матрицы, чтобы ***минимизировать свой проигрыш***.

Bj Ai	B_1	B_2	B_3	…	B_n
A_1	α_{11}	α_{12}	α_{13}	…	α_{1n}
A_2	α_{21}	α_{12}	α_{13}	…	α_{2n}
…	…	…	…	…	…
A_m	α_{m1}	α_{m2}	α_{m3}	…	α_{mn}

Рис. 7.1

Пример:

Игра полковника Блотто

Две армии ведут борьбу за два исходных пункта. Армия полковника

Блотто (игрок А) состоит из 4–х формирований, армия противника (игрок В) – из 3–х. Правила игры: армия посылает больше формирований, занимает его и уничтожает посланные туда формирования противника. В случае равенства сил противник очков не получает. Общий выигрыш определяется как сумма выигрышей в 2–х пунктах. Платежная матрица представлена на рис. 7.2.

Bj Ai	3,0	0,3	2,1	1,2	
4,0	4	0	2	1	0
0,4	0	4	1	2	0
3,1	1	–1	3	0	–1
1,3	–1	1	0	3	–1
2,2	–2	–2	2	2	–2
	4	4	3	3	3\0

Рис. 7.2

Задачей теории игр является нахождение решения игры, т.е. определение для каждого игрока его ***оптимальной стратегии*** и ***цены игры***.

Оптимальной называется стратегия, которая при многократном повторении игры обеспечивает данному игроку максимально возможный средний выигрыш (или максимально возможный средний проигрыш) независимо от поведения противника.

Ценой игры называется выигрыш (проигрыш), соответствующий оптимальным стратегиям игроков.

В теории игр наилучшим принято считать поведение игроков, при котором каждый игрок предполагает, что его противник не глупее (***принцип разумности***).

Если игрок А выбрал стратегию i, то его выигрыш составит

$$\min_j \alpha_{ij}$$

Отсюда максимальный гарантированный выигрыш

$$\alpha_1 = \max_i \min_j a_{ij}.$$

Стратегия, соответствующая α_1 называется ***максиминной стратегией***, а α_1 – нижней ценой игры или ***максимином***.

Игрок В, рассуждая аналогично, может среди всех своих стратегий выбрать ту, которая обеспечит ему минимальный гарантированный проигрыш.

$$\alpha_2 = \min_j \max_i a_{ij}$$

Стратегия, соответствующая α_2 называется минимаксной стратегией, а величина α_2 – ***верхней ценой игры*** или ***минимаксом***.

Если игрок А будет придерживаться максиминной стратегии, то он получает выигрыш не меньше максиминного значения, т.е.

$$a_{ij} \geq \max_i \min_j a_{ij}$$

Если игрок В придерживается минимаксной стратегии, то его проигрыш будет не больше минимального значения, т.е.

$$\alpha_{ij} \leq \min_j \max_i \alpha_{ij}$$

В общем случае отношения между нижней и верхней ценой игры устанавливаются неравенством

$$\alpha_1 \leq \alpha_2$$

Существуют игры, для которых $\alpha_1 = \alpha_2$. Элемент платежной матрицы, отвечающей этим стратегиям, называется ***Седловой точкой***. Ей отвечает ***цена игры*** α:

$$\alpha = \alpha_1 = \alpha_2$$

Если $\alpha > 0$, то игра выгодна игроку А.

При $\alpha < 0$ игра выгодна игроку В.

Если $\alpha = 0$, то игра выгодна обоим игрокам и называется ***безобидной*** или ***справедливой***.

7.3. Игра 2–х лиц без седловой точки. Смешанные стратегии

Одна из возможностей расширения стратегий игроков – разнообразить способ выбора своей стратегии, например, «случайно».

Как мы уже отмечали, в отсутствии Седловой точки, игрок А, применяя свою максиминную стратегию, выиграет не менее α_1, а игрок В, применяя свою минимаксную стратегию, проигрывает не более α_2, где $\alpha_1 < \alpha_2$. Применение чистых стратегий в каждой партии такой игры не дает возможность игрокам увеличить выигрыш α_1, чем уменьшить проигрыш α_2. Для того, чтобы это было возможным необходимо применять не одну, а несколько чистых стратегий, чередуя их случайным образом с какими–то частотами. Такая стратегия получила название ***смешанной*** (ее элементами являются чистые стратегии).

Смешанная стратегия имеет смысл при условии, что игра состоит более чем из одной партии.

Обозначим смешанные стратегии игроков A и B через

$S_A(p_1, p_2, ..., p_m)$ и $S_B = (q_1, q_2, ..., q_n)$, где

p_i – вероятность (частота) применения игроком A чистой стратегии $A_i (i = \overline{1,m})$, q_i – вероятность (частота) принятия игроком B чистой стратегии $B_j (j = \overline{1,n})$.

Причем $\sum\limits_{i=1}^{m} p_i = 1$ и $\sum\limits_{j=1}^{n} q_j = 1$.

Чистые стратегии игроков A и B, для которых вероятности p_i и q_i отличны от 0, называются ***активными***.

Теорема (основная теорема теории игр) (теорема минимакса).

Любая конечная игра двух лиц с нулевой суммой имеет, по крайней мере, одно решение (т.е. пару оптимальных стратегий, в общем случае смешанных) и соответствующую цену.

$$\alpha = \sum_i \sum_j \alpha_{ij} p_i^* q_j^*$$

Решение игры, не имеющей Седловой точки, может осуществляться различными методами. Рассмотрим наиболее важные из них.

7.3.1. Графическое решение игр вида (2×n) и (m×2)

Этот метод применим только к играм, в которых хотя бы один игрок имеет только две стратегии.

Рассмотрим следующую игру (без Седловой точки)

$x_1 = p_1;\ x_2 = p_2.$

$y_1 = q_1; y_2 = q_2, ... y_n = q_n$

Ожидаемые выигрыши игрока A, соответствующие чистым стратегиям игрока B, представлены в таблице

B A	y_1	y_2	…	y_n
x_1	α_{11}	α_{12}	…	α_{1m}
$x_2 = 1 - x_1$	α_{21}	α_{22}	…	α_{2m}

Отсюда видно, что ожидаемый выигрыш игрока A линейно зависит от x_1. В соответствии с критерием минимакса игрок A должен выбирать x_1 так:

Чистые стратегии игрока B	Ожидаемые выигрыши игрока A
1	$(\alpha_{11} - \alpha_{21})x_1 + \alpha_{21}$
2	$(\alpha_{12} - \alpha_{22})x_1 + \alpha_{22}$
…	…
N	$(\alpha_{1n} - \alpha_{21})x_1 + \alpha_{2n}$

Пример:

B_j A_i	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	2	4	8	6
A_2	1	4	6	4
A_3	2	4	8	6
A_4	8	6	2	1

A_1 доминирующая
одинаковые

Замечания: Стратегии, для которых есть ***доминирующие*** и ***дублирующие*** стратегии можно отбрасывать.

B_j A_i	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	2	4	8	6
A_4	8	6	2	1

B_3 доминирующая

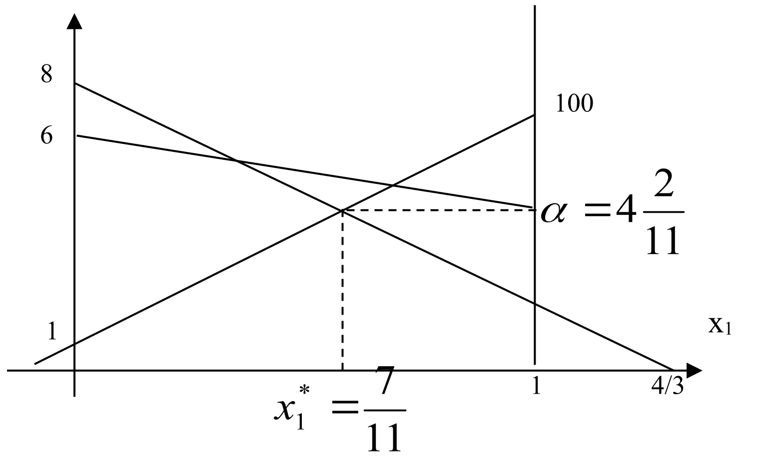
B_j A_i	B_1	B_2	B_4	
A_1	2	4	6	2
A_4	8	6	1	1
	8	6	6	2
				6

Чистая стратегия Игрок В	Ожидаемый выигрыш игрока А
1	$-6x_1 + 8$
2	$-2x_1 + 6$
3	$5x_1 + 1$

$$-6x_1 + 8 = 5x_1 + 1 \Rightarrow 11x_1 = 7 \Rightarrow x_1^* = \frac{7}{11}$$

$$\alpha = \frac{35}{11} + 1 = \frac{46}{11} = 4\frac{2}{11} \text{ – цена игры}$$

$$S_A^* = \left\{\frac{7}{11}; \frac{4}{11}\right\}$$

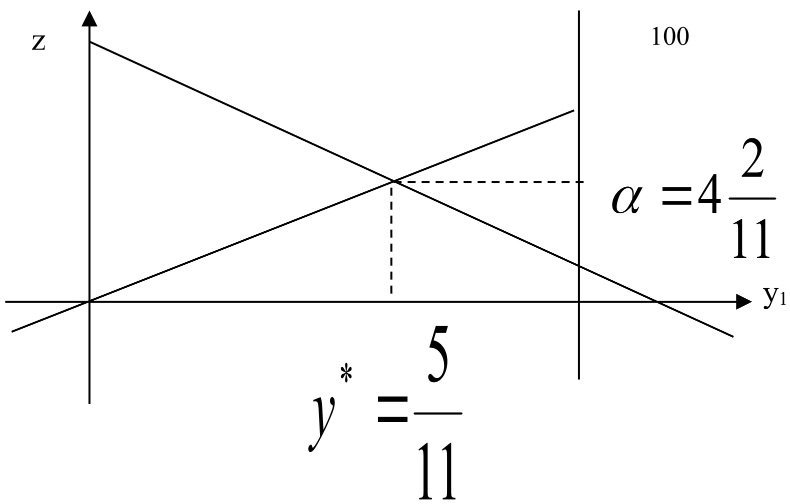


Чистая стратегия Игрока А	Ожидаемый выигрыш Игрока В
1	$-4y_1+6$
2	$7y_1+1$

$$-4y_1 + 6 = 7y_1 + 1 \Rightarrow 11y_1 = 5 \Rightarrow y_1^* = \frac{5}{11}$$

$$\alpha = \frac{35}{11} + 1 = 4\frac{2}{11}$$

$$S_B^* = \left\{\frac{5}{11}; 0; \frac{6}{11}\right\}$$



7.3.2. Решение игр “m×n” симплекс–методом

Допустим, что все элементы платежной матрицы α_{ij} положительны. Этого можно добиться, добавив ко всем членам матрицы достаточно большое число М. Это приведет к увеличению цены игры α на М, а оптимальное решение S_A^* и S_B^* не изменится.

B / A	q_1	q_2	…	q_n
p_1	α_{11}	α_{12}	…	α_{1n}
p_2	α_{21}	α_{12}	…	α_{2n}
⋮	…	…	…	…
p_m	α_{m1}	α_{m2}	…	α_{mn}

Найдем сначала S_A^*. На основе принципа целесообразности.

$$\begin{cases} \alpha_{11}p_1+\alpha_{21}p_2+\ldots+\alpha_{m1}p_m \geq \alpha \\ \alpha_{12}p_1+\alpha_{2n}p_2+\ldots+\alpha_{m2}p_m \geq \alpha \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \alpha_{1n}p_1+\alpha_{2n}p_2+\ldots+\alpha_{mn}p_m \geq \alpha \end{cases}$$ или

$$\begin{cases} \alpha_{11}x_1+\alpha_{21}x_2+\ldots+\alpha_{m1}x_m \geq 1 \\ \alpha_{12}x_1+\alpha_{22}x_2+\ldots+\alpha_{m2}x_m \geq 1 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \alpha_{1n}x_1+\alpha_{2n}x_2+\ldots+\alpha_{mn}x_m \geq 1 \end{cases}$$

где $x_1=\dfrac{p_1}{\alpha}; x_2=\dfrac{p}{\alpha}; \ldots; x_m=\dfrac{p_m}{\alpha}$

Очевидно: $x_1+x_2+\ldots+x_m=\dfrac{1}{\alpha}$

Таким образом, решение игры свелось к следующей задаче

$$\begin{cases} f = x_1 + x_2 + \ldots + x_m - \min \\ AX \geq 1 \\ X \geq 0 \end{cases}$$

(1) – это задача линейного программирования

Оптимальная стратегия игрока В находится аналогично. Она является решением задачи.

$$Z = y_1 + y_2 + \ldots + y_n - \max \qquad Z = \frac{1}{\alpha}; y_i = \frac{q_i}{\alpha}$$

$$\begin{cases} \alpha_{11} y_1 + \alpha_{12} y_2 + \ldots + \alpha_{1n} y_n \leq 1 \\ \alpha_{21} y_1 + \alpha_{12} y_2 + \ldots + \alpha_{2n} y_n \leq 1 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ \alpha_{m1} y_1 + \alpha_{m2} y_2 + \ldots + \alpha_{mn} y_n \leq 1 \end{cases} \qquad (2)$$

$$y_j \geq 0 \quad (j = \overline{1,n})$$

Нетрудно видеть, что задачи (1) и (2) – пара двойственных задач. Следовательно, $\min f = \max f = \alpha$.

8. Проблема оптимизации при принятии решения. Понятие об имитационном моделировании.

Идея оптимальности является центральной идеей кибернетики. Понятие оптимальности вышло в практику проектирования и эксплуатации сложных технических систем, получило строгое и точное определение в математических теориях, широко используется в административной практике. Данное понятие сыграло важную роль в формировании системных представлений. Осознавая роль (ведущую) оптимизационного подхода при решении задач выбора, следует остановиться на ряде ограничений, которые необходимо осознавать при применении данного периода.

1. Оптимальное решение часто оказывается чувствительным к незначительным изменениям в условиях задачи. В связи с этим в теории оптимальности развивается такое направление исследований как ***исследование устойчивости решения***, а также анализ результатов решения на чувствительность к изменению входных параметров, условий и предположений.

2. При решении задач оптимизации следует учитывать, что анализируемая система имеет взаимосвязи с другими системами, а зачастую она является подсистемой основной системы. Тогда задача сводится к задаче локальной оптимизации и необходимо увязывать критерии анализируемой системы с критериями другой системы, в частности, с глобальным критерием оптимизации основной системы.

3. При использовании оптимизационного подхода не следует отождествлять цели системы и критерии, с помощью которых решается задача выбора. Критерий и цели относятся друг к другу как модель и оригинал. Многие цели трудно или даже невозможно количественно описать. Количественный критерий является лишь приближением цели. Критерий характеризует цель лишь косвенно, иногда лучше, иногда хуже, но всегда приближенно.

4. В постановке задачи оптимизации наряду с критериями важную роль играют ограничения. Даже небольшие изменения ограничений существенно сказываются на результате решения.

При исследовании социотехнических систем, когда необходимо помимо чисто технических вопросов решать организационные и социальные проблемы ситуация значительно усложняется. Учет подобных вопросов не поддается полной формализации. Ввиду этого оптимизация в системных исследованиях не конечная цель, а промежуточный этап. Чем сложнее система, тем осторожнее следует относиться к ее оптимизации. При исследовании сложных систем неизбежно возникают проблемы, выходящие за пределы формальных математических постановок и задач. В ряде случаев, по мере необходимости обращаются к услугам экспертов, т.е. лиц, чьи суждения, опыт и интуиция могут помочь в решении проблемной ситуации.

Экономико–математические методы в определенной степени универсальны и используются для решения различных экономических задач. Однако не любая задача укладывается в рамки модели, для которой уже разработаны эффективные аналитические или численные методы решения. В этом случае пользуются другими, в частности, ***имитационными методами*** исследования систем.

Имитационное моделирование следует рассматривать как экспериментирование с моделью реальной системы, в частности, вычислительный эксперимент, проводимый с помощью математической модели путем изменения различных исходных предпосылок. Поскольку вручную такие эксперименты невозможны, имитационное моделирование получило развитие только с появлением ЭВМ. Существенную помощь в проведении вычислительного эксперимента призваны оказать разрабатываемые пакеты прикладных программ. Применение имитационного моделирования целесообразно в разных случаях. Например, если математическая модель системы слишком сложная и для нее не разработаны аналитические модели решения, либо методы решения настолько трудоемки, что имитационное моделирование дает более простой способ решения задачи. ***Имитационное моделирование*** служит для анализа поведения систем в условиях, определяемых экспериментатором.

9. Методы получения и обработки экспертной информации при подготовке и принятии решений

9.1. Общие положения

Получение объективной информации в организационных системах управления – важнейшее условие при подготовке и принятии решений. Поскольку основным источником информации в организационных системах являются люди, получение экспертных заключений, мнений и оценок составляет одну из главных задач в системных исследованиях. Эта задача сводится к извлечению объективного мнения из совокупности индивидуальных мнений экспертов.

В настоящее время разработаны научно–обоснованные методы сбора и обработки заключений экспертов при решении задач планирования и прогнозирования в системах организационного управления.

Общая идея привлечения экспертов для получения обоснованной информации в системном анализе состоит в следующем:

Эксперту предъявляют некоторую гипотезу H, и он участвует в выборе характеризующих ее признаков E. На основании этих признаков находят апостериорную вероятность $P(H|E)$ данной гипотезы. $P(H|E)$ принимают за меру правдоподобия гипотезы H на основе принятой истинности признаков E.

В частности, в простейшем случае признаки E задаются в виде ***<u>статистической выборки</u>***, для которой “m” объектов из “n” рассмотренных обладают некоторым свойством K. Гипотеза H приписывает это же свойство K еще нерассмотренному объекту. Тогда апостериорная вероятность $P(H|E)$ гипотезы H на основании признаков E определяется как $\frac{m}{n}$.

В общем случае, когда признаки E не имеют простой статистической формы, $P(H|E)$ не может быть определена однозначно. Здесь определяют лишь интервал, в котором может находиться $P(H|E)$, а за апостериорную вероятность гипотезы принимают ***<u>персональную вероятностную оценку эксперта</u>***.

Следовательно, процесс экспертизы можно представить так. Эксперту выдают гипотезу, вероятность которой нужно оценить, и относящуюся к этой гипотезе информацию, которая в совокупности с предполагаемыми знаниями эксперта являются признаками E, характеризующими гипотезу. Затем эксперт дает свою персональную вероятностную оценку.

<u>Требования к персональной вероятностной оценке:</u>

а) относительная стабильность во времени при неизменности признаков;

б) новые признаки должны влиять на ее изменения в правильном направлении.

в) обобщение серии персональных вероятностных оценок при привлечении нескольких экспертов (группы).

Для обобщения серии персональных вероятных оценок используются следующие возможности:

– выбор эксперта–фаворита и учет только его оценки;

– вычисление ***медианы*** или ***среднего*** оценок отдельных экспертов;

– действие экспертов в единой группе, когда оценку выбирают в результате дискуссии.

9.2. Метод Дельфи

Был разработан в США для составления прогноза сроков поступления важнейших научно–технических открытий, начиная с 1975 г. и кончая 2000 г. Прогнозирование было основано на информации, полученной в результате многократной процедуры сбора и последующей обработки мнений экспертов.

Этот метод включает такие процедуры, как постановка серии вопросов с помощью анкет, проведение нескольких туров опросов, в процессе которых вопросы все более конкретизируются; ознакомление всех опрашиваемых экспертов с итогами после каждого тура опроса: переход к следующему туру и т.д.

Для выполнения данной работы создают специальную группу. Вся работа делится на следующие этапы:

1) Формирование постоянной группы, ответственной за сбор и обобщение экспертных заключений.

2) Определение количества и состава группы экспертов.

3) Определение показателя мнения группы (чаще всего – медиана оценок) и показателя согласованности мнений (диапазон квартилей – участок числовой оси в интервале аргумента функции распределения случайных величин, куда попадают значения, вероятность которых > 0,25 и < 0,75).

4) Формулировка основного вопроса таким образом, чтобы эксперт не мог его интерпретировать двояко и мог дать ответ в количественной форме.

5) Составление анкеты, в которой указывают условие проведения эксперимента, формулировку основного вопроса и дополнительные вопросы, ответы на которые должны пояснить ответ на основной вопрос.

6) Проведение первого тура опроса.

7) Анализ ответов на согласованность мнений, выявление дополнительных факторов, которые необходимо учесть экспертам. Выявление экспертов, чьи ответы не попали в диапазон квартилей.

8) Составление и выдача каждому эксперту дополнительной информации и постановка в связи с этим дополнительных вопросов. Просьба к экспертам, чьи мнения расходятся с мнением большинства, обосновать свои заключения.

9) Проведение второго тура опроса.

10) Анализ ответов и определение необходимого количества туров

опроса. При анализе ответов после каждого следующего тура опроса количество туров может увеличиться.

11) Корректировка ответов.

12) Обобщение окончательных экспертных заключений и выдача рекомендаций по исследуемой проблеме.

Результаты этого эксперимента подтвердили возможность применения метода Дельфи для составления долгосрочных прогнозов и в тоже время вскрыли ряд его недостатков. В частности, принципиальный недостаток метода состоит в том, что крайние оценки, выходящие за зону квартилей отбрасываются. Однако именно в них может находиться ценная информация относительно хода развития прогнозируемого процесса. Поэтому необходимо осторожно относиться к таким оценкам и выяснять первопричины и обоснованность крайних суждений.

10. Системное описание экономического анализа

10.1. Общие положения

Под ***социально–экономической системой*** понимается сложная вероятностная динамическая система, охватывающая процессы производства, обмена, распределения и потребления материальных и других благ.

Она относится к классу ***кибернетических систем,*** т.е. ***управляемых***.

Напомним, что исследуемое множество элементов можно рассматривать как систему, если выявлены следующие четыре признака:

а) целостность системы, т.е. принципиальная несводимость свойств системы к сумме свойств составляющих ее элементов;

б) наличие цели и критерия исследования данного множества элементов;

в) наличие более крупной, внешней по отношению к данной, системе, называемой средой;

г) возможность выделения в данной системе взаимосвязанных частей (подсистем).

Основным методом исследования систем является ***метод моделирования***.

Практическими задачами экономико–математического моделирования являются:

а) анализ экономических объектов и процессов;

б) экономическое прогнозирование, предвидение развития экономических процессов;

в) выработка управленческих решений на всех уровнях хозяйственной иерархии.

Социально–экономические системы относятся, как правило, к так называемым «***сложным системам***». Важнейшими свойствами сложной системы, которые необходимо учитывать при их системном анализе, являются:

а) ***эмерджентность*** как проявление в наиболее яркой форме свойства целостности системы, т.е. наличие у системы таких свойств, которые не присущи ни одному из составляющих элементов, взятому в отдельности вне системы. Эмерджентность есть результат возникновения между системами так называемых ***синэнергетических связей***, которые обеспечивают увеличение общего эффекта до величины большей, чем сумма эффектов элементов системы, действующих независимо. Поэтому социально–экономические системы необходимо использовать и моделировать в целом;

б) массовый характер экономических явлений и процессов;

в) динамичность экономических процессов, заключающаяся в изменении параметров и структуры экономических систем под влиянием среды (внешних факторов);

г) случайность и неопределенность в развитии экономических явлений;

д) невозможность изолировать протекающие в экономических системах явления и процессы от окружающей среды, с тем, чтобы наблюдать и исследовать их в чистом виде;

е) активная реакция на появляющиеся новые факторы, способность социально–экономических систем к активным, не всегда предсказуемым действиям в зависимости от отношения системы к этим факторам, способам и методам их воздействия.

Общепринятой классификации экономико–математических моделей не существует, однако можно выделить примерно десять классификационных рубрик таких моделей; рассмотрим некоторые из них:

а) по степени агрегирования объектов моделирования модели разделяются на ***макроэкономические*** и ***микроэкономические***;

б) по предназначению, т.е. по цели создания и применения выделяют ***балансовые модели***, выражающие требования соответствия наличия ресурсов и их использование, ***трендовые модели***, в которых развитие моделируемой экономической системы отражается через ***тренд*** (длительную тенденцию) ее основных показателей; ***оптимизационные модели***, предназначенные для выбора наилучшего варианта из определенного или бесконечного числа вариантов производства, распределение или потребление; ***имитационные модели***, предназначенные для использования в процессе машинной имитации изучаемых систем или процессов и др.

в) по типу информации, используемой в модели экономики, математические модели делятся на ***аналитические***, построенные на априорной информации и ***идентифицируемые***, построенные на апостериорной информации.

г) по учету факторов времени модели подразделяются на ***статические***, в которых все зависимости отнесены к одному моменту времени, и ***динамические***, описывающие экономические системы в развитии;

д) по учету фактора неопределенности модели распадаются на ***детерминированные***, если в них результаты на выходе однозначно определяются управляющими воздействиями, и ***стохастические (вероятностные)*** если при задании на входе модели определенной совокупности значений на ее выходе могут получиться различные результаты в зависимости от действия случайного фактора;

е) экономико–математические модели могут также классифицироваться по характеристике математических объектов, включенных в модель, т.е. по типу математического аппарата, используемого в модели. С этой точки зрения могут быть выделены следующие модели: матричные, линейного и нелинейного программирования, корреляционно–регрессионные, сетевого планирования, теории игр, теории массового обслуживания и т.д.

В качестве примера рассмотрим экономико–математическую модель межотраслевого баланса, которая с учетом приведенных выше характеристик является макроэкономической, аналитической, балансовой, матричной, детерминированной. Бывают статические и динамические.

10.2. Модель межотраслевого баланса

В основе этих моделей лежит ***балансовый метод***, т.е. метод взаимного сопоставления имеющихся ресурсов, например, трудовых, и потребностей в них.

Как отмечено выше, балансовые модели строятся в виде числовых матриц. Такую структуру имеют межотраслевой и межрайонный баланс производства и распределения продукции в народном хозяйстве, модели развития отраслей, межотраслевые балансы производства и распределения продукции отдельных регионов, модели промфинпланов предприятий и фирм и т.д. Несмотря на специфику этих моделей, их объединяет не только общий формальный (матричный) принцип построения и единства системы расчетов, но и аналогичность ряда экономических характеристик. Это позволяет рассматривать структуру, содержание и основные зависимости матричных моделей на примере одной из них, а именно, на примере межотраслевого баланса производства и распределения продукции в народном хозяйстве.

Принципиальная схема межотраслевого баланса (МОБ) производства и распределения совокупного общественного продукта в стоимостном выражении приведена в таблице.

Производящие отрасли	Потребляющие отрасли						Конечная продукция	Валовая продукция
	1	2	3	…	…	n		
1	x_{11}	x_{12}	x_{13}			x_{1n}	Y_1	X_1
2	x_{21}	x_{22}	x_{23}	…	…	x_{2n}	Y_2	X_2
3	x_{31}	x_{32}	x_{33}	…	…	x_{3n}	Y_3	X_3
.	x_{n1}	x_{n2}	x_{n3}	I		x_{nn}	II	…
.								…
.								…
n				…	…			X_n
Амортизация	C_1	C_2	C_3		…	C_n		
Оплата труда	V_1	V_2	V_3	III	…	V_n	IV	
Чистый доход								
Валовая продукция	X_1	X_2	X_3	…	…	X_n		$\sum_{i=1}^{n} X_i = \sum_{j=1}^{n} X_j$

Первый квадрант МОБ – это шахматная таблица межотраслевых связей. Представляет собой квадратную матрицу порядка n, сумма всех элементов которой равняется годовому фонду возмещения затрат средств производства в материальной сфере.

Во ***втором квадранте*** представленная конечная продукция всех отраслей материального производства, направленная на потребление и накопление (характеризует отраслевую материальную структуру национального дохода).

Третий квадрант МОБ тоже характеризует национальный доход, но со стороны его стоимостного состава как сумму чистой продукции и амортизации. Сумма амортизации (C_j) и чистой продукции (V_j+m_j) некоторой отрасли будем называть ***чистой продукцией*** этой отрасли и обозначить Z_j.

Четвертый квадрант баланса отражает конечное распределение и использование национального дохода. Общий итог этого квадранта, как второго и третьего должен быть равен созданному за год национальному доходу. Рассмотрим два важнейших соотношения, отражающих сущность МОБ и являющихся основой его экономико–математической модели.

Во–первых, рассматривая схему баланса по столбцам можно сделать очевидный вывод, что итог материальных затрат любой потребляющей отрасли и ее условно чистой продукции равен валовой продукции этой отрасли:

$$X_j = \sum_{i=1}^{n} x_{ij} + Z_j, \quad j = \overline{1,n} \tag{10.1}$$

Во–вторых, рассматривая схему МОБ по строкам для каждой производящей отрасли, можно видеть, что валовая продукция той или иной отрасли равна сумме материальных затрат потребляющих ее продукцию отраслей и конечной продукции данной отрасли.

$$X_i = \sum_{j=1}^{n} x_{ij} + Y_i\,,\ \ i = \overline{1,n} \tag{10.2}$$

Просуммируем по всем отраслям уравнение (10.1), в результате чего получим

$$\sum_{j=1}^{n} X_j = \sum_{j=1}^{n} \sum_{i=1}^{n} x_{ij} + \sum_{j=1}^{n} Z_j$$

Аналогичное суммирование уравнений (10.2) дает:

$$\sum_{i=1}^{n} X_i = \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} x_{ij} + \sum_{i=1}^{n} Y_i$$

Отсюда следует соблюдение соотношения

$$\sum_{j=1}^{n} Z_j = \sum_{i=1}^{n} Y_i \tag{10.3}$$

Величины α_{ij} называются ***<u>коэффициентами прямых материальных затрат</u>*** и рассчитываются следующим образом:

$$\alpha_{ij} = \frac{x_{ij}}{X_j}\,,\ \ i, j = \overline{1,n} \tag{10.4}$$

<u>Определение 1</u>. Коэффициент прямых материальных затрат α_{ij} показывает, какое количество продукции i–ой отрасли необходимо, если учитывать только прямые затраты, для производства единицы продукции j–ой отрасли.

С учетом формулы (10.4) систему баланса (10.2) можно переписать в виде

$$X_i = \sum_{j=1}^{n} \alpha_{ij} X_j + Y_i\,,\ \ i = \overline{1,n} \tag{10.5}$$

или в матричной форме

$$X = AX + Y \tag{10.6}$$

Система уравнений (10.5) или в матричной форме (10.6) называется ***<u>экономико–математической моделью межотраслевого баланса (моделью Леонтьева)</u>***.

С помощью этой модели можно выполнить 3 варианта расчетов:

А) Задав в модели величины валовой продукции каждой отрасли (X_i), можно определить объемы конечной продукции каждой отдельной отрасли (Y_i):

$$Y = (E - A)X \tag{10.7}$$

В) Задав величины конечной продукции всех отраслей (Y_i), можно определить величины валовой продукции каждой отрасли (X_i):

$$X = (E - A)^{-1}Y \tag{10.8}$$

С) Для ряда отраслей задав величины валовой продукции, а для всех остальных отраслей задав объемы конечной продукции, можно найти величины конечной продукции первых отраслей и объемы валовой продукции вторых, в этом варианте расчета удобнее пользоваться не матричной формой модели (10.6), а системой линейных уравнений (10.5).

Пусть $(E - A)^{-1} = B$, тогда $X = BY$ (10.9)

Или $X_i = \sum\limits_{i=1}^{n} \beta_{ij} Y_j, \; i = \overline{1,n}$ (10.10)

Коэффициенты β_{ij} называются ***коэффициентами полных материальных затрат*** и включают в себя как прямые, так и косвенные затраты всех порядков.

Определение 2. Коэффициенты полных материальных затрат показывает, какое количество продукции i–ой отрасли нужно произвести, чтобы с учетом прямых и косвенных затрат этой продукции получить единицу конечной продукции j–ой отрасли.

Анализ модели МБ приводит к следующим выводам:

а) $A \geq 0$ – по определению;

б) $\alpha_{ij} < 1$, т.к. процесс воспроизводства нельзя было бы осуществлять, если бы для собственного воспроизводства в отрасли затрачивалось большее количество продуктов, чем создавалось;

в) $X \geq 0$ – из содержательных систем x_{ij}.

Определение 3. Матрица $A \geq 0$ называется ***продуктивной***, если существует такой $X \geq 0$, что $X > AX$. Отсюда следует, что для продуктивной матрицы A из (10.6) существует положительный вектор конечной продукции $Y > 0$.

Для того, чтобы матрица A была продуктивной, необходимо и достаточно, чтобы выполнялось одно из перечисленных ниже условий.

1) матрица $(E - A)^{-1}$ неотрицательно обратима, т.е. существует обратная матрица $(E - A)^{-1} \geq 0$.

2) матричный ряд $E + A + A^2 + A^3 + \ldots + \sum_{k=0}^{\infty} A^k$ сходится, причем его сумма равна $(E - A)^{-1}$.

3) наибольшее по модулю собственное значение λ матрицы A, т.е. решения характеристического уравнения

$$|\lambda E - A| = 0$$

строго меньше единицы

4) все главные миноры матрицы $(E - A)$, порядка от 1 до n положительны.

<u>Замечание</u>. Более простым, но только достаточным признаком продуктивности матрицы является следующий признак $\|A\| < 1$, т.е. если величина наибольшего из сумм ее элементов в каждом столбце < 1, то матрица A продуктивна.

10.3. Коллективный или групповой выбор

В ходе решения задач системного анализа единоличное решение является скорее исключением, чем правилом. Более реальна ситуация, когда решение принимается группой лиц. Причем интересы отдельных личностей в данной группе могут полностью совпадать (кооперативный выбор), быть противоположными (конфликтная ситуация) и могут иметь место промежуточные случаи, создаваться коалиции, достигаться компромиссы в процессе переговоров и т.п.

В этом случае во главу чаще всего ставится проблема рациональности принимаемого решения. При классификации различных подходов к рациональному принятию решений необходимо, прежде всего, различать целостный и аналитический подходы.

Рациональное решение вовсе не должно использовать всю имеющуюся информацию, оно не обязано быть оптимальным, оно должно только учитывать возможные последствия и не причинять ущерба интересам лица, принимающего решения, хотя результаты в коллективе могут быть и нежелательные. Тем не менее, можно утверждать, что большинство принимаемых решений связано именно с целостным подходом, и он часто оказывается предпочтительным при долгосрочной перспективе.

Однако решения, принимаемые при недостатке информации и изменяющихся условиях, часто требуют аналитического подхода, т.е. систематической оценки возможных альтернатив и соответствующих исходов, а затем выбора одной из них. Известен целый ряд аналитических моделей максимизации полезности. Заслуживает внимания также программно–целевой подход, разработанный В.М. Глушковым, С.С. Поспеловым и др. и опирающийся на реальные процессы принятия плановых решений.

Модель приемлемых решений возникла в результате критики оптимизационного подхода.

Реальная практика принятия решений такова: руководители больших организаций и даже обычные потребители на рынках никогда не прибегают к полной оптимизации из–за нехватки информации и времени. Вместо этого они адаптивно, в процессе обучения, формируют уровни достижимости, которые должны обеспечиваться удовлетворительными приемлемыми решениями.

Рассмотрим постулаты многосторонней рациональности. Если даже формальные схемы принятия решений отражают различные методологические представления о рациональности, то как именно объяснить достижение соглашений при принятии решений в условиях конфликта интересов? Очевидно, должны быть веские причины для согласования интересов. Сформулируем их в виде постулатов многосторонней рациональности, которые следует учитывать при построении интерактивных систем принятия решений.

а) Постулат ограничений неосведомленности и взаимного обучения;

б) Постулат уважения к чужому мнению;

в) Постулат заключенного протокола (соглашение о правилах поведения в данной ситуации);

г) Постулат справедливого посредничества.

Одним из самых распространенных способов формирования функции, принимаемой за групповой выбор – ***правило большинства***: принятой всеми считается альтернатива, получившая наибольшее число голосов. Правило большинства привлекательно своей простотой и демократичностью, но имеет особенности, требующие осторожного обращения с ним (не является критерием истины, только практика показывает, правильным или ошибочным было решение).

11. Управление в системах

11.1. Общие принципы управления

Управление – это функция системы, направленная либо на сохранение основного качества системы, либо на выполнение некоторой программы, обеспечивающей устойчивость функционирования, либо на достижение определенной цели.

Система, в которой реализуется функция управления, называется системой управления.

В системах управления можно выделить две подсистемы: управляющую (осуществляющую функцию управления) и управляемую (объект управления).

В технических системах управляющую подсистему часто называют системой регулирования.

В социально – экономических используют термин – система организационного управления.

В сложных развивающихся системах эти блоки могут быть совмещены. Такой режим называют саморегулированием.

Если управление осуществляется сознательно, то управляющая система называется субъектом управления, который формирует цель управления.

Для использования процессов управления в технических системах разработана теория автоматического управления (ТАУ). В ней разработаны общие принципы управления. Основные из них:

1) Принцип разомкнутого (программного) управления.

Представлен на рис.11.1.

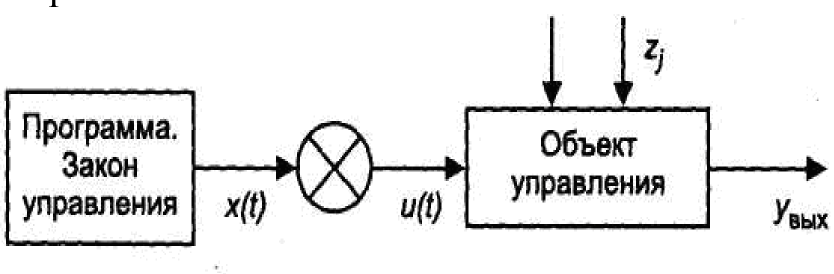


Рис. 11.1.

здесь x (t) – закон функционирования

u (t) – управляющее воздействие

Zj – помехи

Примеры: магнитофон, станки с программным управлением, управление конвейером.

2) Принцип компенсации или управление по возмущениям (с упреждением). Представлен на рис. 11.2.

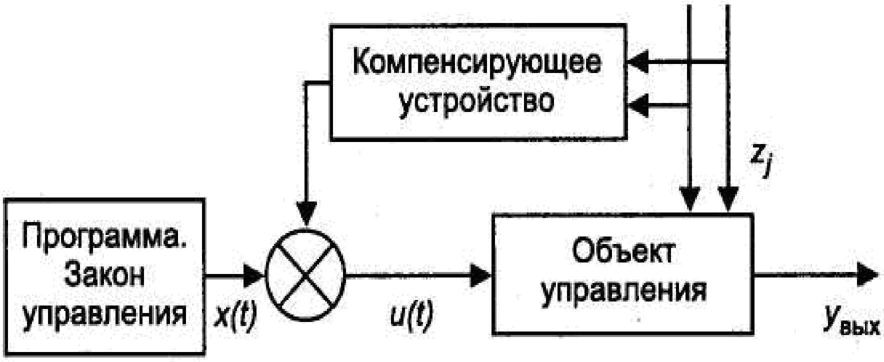


Рис. 11.2.

Пример: стабилизатор различного назначения, используется при планировании производства (коэффициенты износа, сменности и т.д.).

3) Принцип обратной связи (управление по отклонению), (рис.11.3 а)

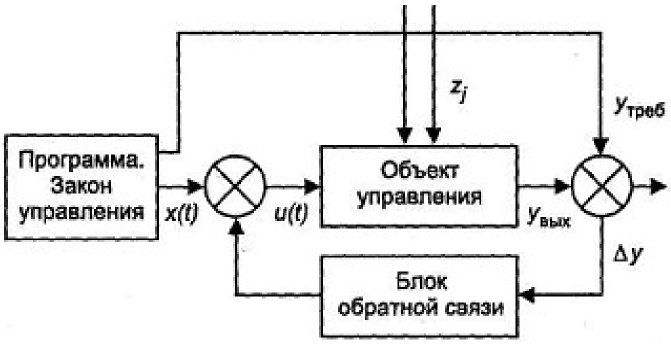


Рис. 11.3(а)

«следящая система»

Рис. 11.3(б)

Самый простой пример системы с обратной связью – «следящая» система (ПВО – системы наведения на цель), (рис. 11.3 б).

Обратная связь может быть отрицательной и положительной.

Отрицательная связь – противодействует тенденциям изменения выходного параметра, т.е. направлена на сохранение, стабилизацию требуемого значения параметра (количество выпускаемой продукции).

Положительная обратная связь – сохраняет, усиливает тенденции происходящих в системе изменений выходного параметра (развивающиеся системы).

4) Совмещение принципов обратной связи с управлением по возмущением. Такие модели являются основой адаптационного управления, (рис. 11.4)

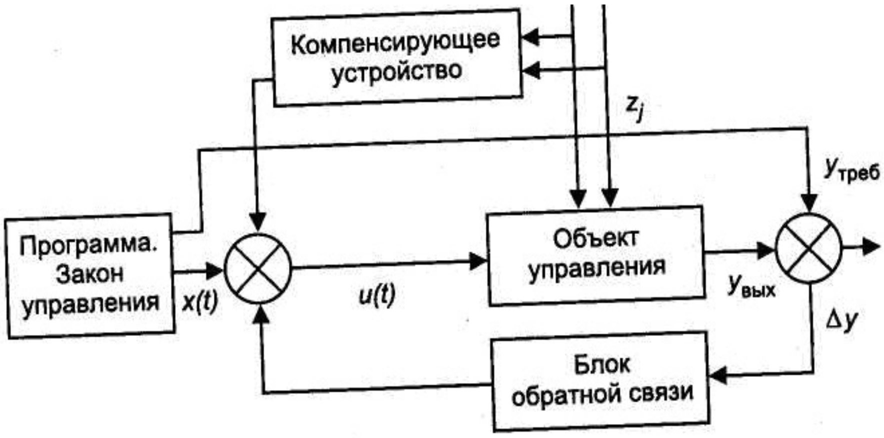


Рис. 11.4.

Рассмотренные принципы управления в той или иной форме используются в различных областях управления (ТАУ, АУ) – от регулирования в технических системах до управления коллективами людей (менеджмент).

11.2. Управление в социально – экономических системах

Рассмотренные выше принципы нельзя автоматически перенести на социально – экономические системы, т.к. практически невозможно исследовать и учесть все многообразные «механизмы» регулирования – экономические, финансовые, социальные и т.д.

Поэтому в науках об управлении социальными коллективами и сообществом выделяют сферы управления (государством, предприятием, учебным коллективом и т.п.) и для этих сфер разрабатывают более конкретные принципы управления, формы и методы их реализации. Приведем примеры некоторых из них:

1) Введение правил взаимоотношения между людьми (правил этики, законов религии, светских законов и правовых норм) – «правовое государство».

2) Административно – бюрократическое управление – «тоталитарное государство».

3) Управление с помощью целеобразования – основан на принципах самоорганизации – характерен для творческих профессий, часто проявляется во время войн, стихийных бедствий, кризисов – «Этапы строительства социализма».

Первые два способа основаны на принуждении (административном, либо с помощью законов).

Основы третьего способа – способность человека, предприятия, региона и т.д. к самоорганизации.

12. Устойчивость систем

Под устойчивостью системы понимают способность системы возвращаться в состояние равновесия после того, как она была из этого состояния выведена под влиянием внешних или внутренних возмущающихся воздействий.

Равновесие – это такое состояние, в котором система остается сколь угодно долго при отсутствии возмущающих воздействий.

Состояние равновесия, в которое система способна возвращаться после воздействия на нее возмущающих воздействий, называется устойчивым состоянием равновесия.

Пример – маятник.

Для технических систем разработана теория устойчивости, основы которой были заложены А. Пуанкаре и А.М. Ляпуновым. В этой теории сформировалось достаточно большое число методов и моделей исследования устойчивости, критериев определения устойчивости: Рауса – Гурвица, Найквиста, Михайлова и.т.д.

Понятие и критерии равновесия и устойчивости, как и в случае с понятием управления, нельзя автоматически перенести на социально – экономические системы.

Наиболее удачные попытки использовать общие фундаментальные принципы управления, в частности «принцип обратной связи» были сделаны при создании первой очереди автоматизированных систем управления (АСУ).

В дальнейшем было осознано, что для того, чтобы оценить возможность и условия использования разработанных моделей для исследования устойчивости социально – экономических систем, необходимо обратиться к закономерностям функционирования и развития систем, в частности и закономерностям самоорганизующихся систем. При этом, видимо, следует использовать не просто термин «устойчивость», а говорить об устойчивом развитии или «развивающейся устойчивости».

В качестве условной модели устойчивости в сложных развивающихся самоорганизующихся системах можно использовать представление равновесия «на ступеньке». Внешнее воздействие может либо вывести систему на более высокий уровень, либо «столкнуть» её на более низкий, (рис. 12.1)

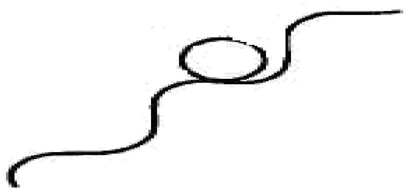


Рис.12.1.

13. Устойчивость экономических систем

13.1. Общие положения. Равновесие систем

Под устойчивостью экономических систем понимается способность системы возвращаться в состояние экономического равновесия, после того она была из этого состояния выведена под влиянием внешних или внутренних возмущающихся воздействий.

С учетом особенностей экономических систем как самоорганизующихся систем с активными элементами их устойчивость необходимо рассматривать в единстве естественных процессов «устойчивость – управляемость», «устойчивость – развитие».

Рассмотрим детерминированную стационарную экономическую систему.

Тогда экономические реформы могут быть интерпретированы как сложный вид управления, рассматривающий переход произвольной точки n – мерного пространства в произвольную точку этого же пространства за время $t_1 - t_0$

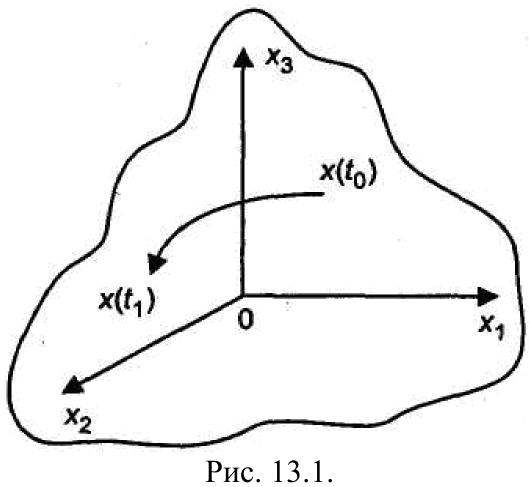


Рис. 13.1.

Здесь x(t) – некий интегральный показатель состояния системы (определитель матрицы, элементами которой является параметры системы в пространстве состояний (экономический рост, ВВП и др.)).

Управляемость в этом случае – способность системы перейти из состояния $x(t_0)$ в состояние $x(t_1)$.

Таким образом, устойчивость предполагает сохранение параметров процесса, управляемость – изменение этих параметров при воздействии на систему. Достижение же компромисса или баланса между ними есть важнейшая цель задачи управления в системах любой природы.

Под экономическим равновесием понимается способность экономической системы при отсутствии возмущающих воздействий или при их неизменных состояниях сохранять своё состояние сколь угодно долго.

Первая модель экономического равновесия была предложена в конце XIX в. (Л. Вальрас). За последние годы разработано много моделей экономического равновесия, отличающихся способами формирования дохода, составом участником, предположениями об их поведении, контроля над ценами.

Состояние равновесия, в которое экономическая система способна возвращаться, называют устойчивым состоянием равновесия экономических систем.

Можно выделить следующие виды равновесия экономических систем.

1) Высокоуровневое равновесие, которое предполагает стабильно высокий результат функционирования, активное реагирование на окружающую среду и выделение ресурсов на развитие.
2) Низкоуровневое равновесие, которое характеризуется тем, что большая часть ресурсов идет на обеспечение минимальных потребностей системы (текущие функционирование и выполнение обязательств) и не выделяются средства на развитие.
3) Неравновесное состояние.

Состояние равновесия экономических систем характеризуется балансом важнейших макро или микроэкономических параметров, таких как «спрос – предложение», «доходы – расходы», «заемные – собственные средства», «объем производства – реализация» и т.п., обеспечивающих их оптимальное функционирование.

Примерами нарушения состояния равновесия возмущающими воздействиями могут служить:

– финансовый кризис (банкротство) предприятия (нарушение баланса доходов и расходов фирмы или национальный финансовый дефолт);

– засуха и ее последствия для экономики региона (диспропорция производства и потребления);

– аварии и непредвиденные повреждения в инженерных сетях ЖКХ и их экономические последствия для населения региона (баланс технических средств и целей жизнеобеспечения).

Возмущающие воздействия в соответствии их влияния на экономическую систему могут быть положительными, отрицательными или нейтральными.

Под положительными возмущающими воздействиями понимаются влияния внешней или внутренней среды, вызывающие увеличение уровня дохода или затраченных ресурсов (или того и другого вместе).

Под нейтральными возмущающими воздействиями – не вызывающие уровня доходов или (и) затраченных ресурсов.

Под отрицательными возмущающими воздействиями – вызывающие уменьшение уровня дохода и (или) увеличение затраченных ресурсов.

13.2. Понятие запаса устойчивости и быстродействия систем

В условиях воздействия негативно влияющих факторов сохранению чистого дохода может способствовать запас устойчивости системы, под которым понимается наличие ресурсов экономической системы, которые могут быть в любой момент без дополнительных затрат вовлечены в деятельность системы.

Для экономической системы характерны следующие виды ресурсов: производственные, финансовые, трудовые, управленческие, информационные.

Целого функционирования экономической системы является получение дохода от использования при её функционировании ресурсов.

Пусть финансовый результат есть некий интегральный показатель деятельности предприятия. Тогда понятие запаса устойчивости и быстродействия экономической системы можно условно проиллюстрировать на рис 13.2.

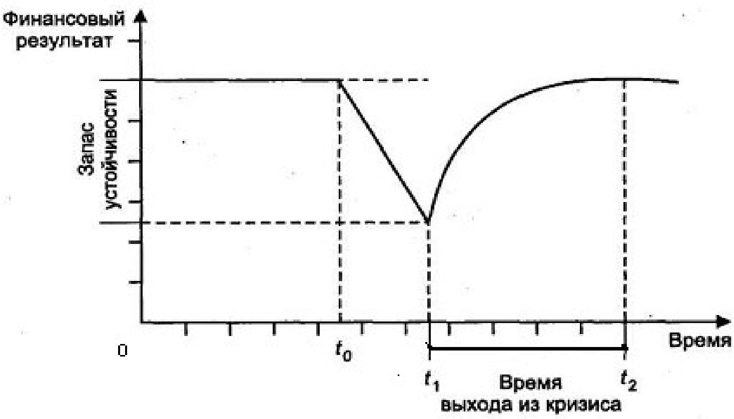


Рис.13.2.

Для оценки устойчивости экономических систем в каждом отдельном случае используется комплекс тех или иных временных показателей. Однако в любом случае быстродействие зависит от скорости самого медленного процесса активизации ресурсов в кризисном состоянии.

Пример: кризисы в СССР и РФ.

Очевидно, возможность ликвидации возникших кризисных ситуаций и возврат к состоянию равновесия зависит в основном от 2–х моментов:

а) наличие ресурсов, необходимых для компенсации потерь, причиненных кризисом (запас устойчивости);

б) скорость активизации ресурсов, потребляемых для своевременного выхода из кризисной ситуации (быстродействие экономической системы).

Быстродействие экономической системы зависит от:

– ликвидности имущества предприятия;

– оборачиваемость активов предприятия (отрасли);

– скорости оборота денежных средств национальной или региональной экономики;

– скорости оборота в цепочке «товар–деньги–товар»;

– длительности воспроизводства трудовых ресурсов и др.

13.3. Устойчивое развитие и экономический потенциал

Устойчивое развитие характеризует постоянное, в пределах некоторого временного периода, принятого для планирования и контроля, улучшение основных показателей деятельности экономической системы того или иного уровня: (ВВВ, валовой доход или финансовый результат работы предприятия за год, квартал или месяц и др. показатели).

Очевидно, устойчивое развитие требует обеспечения локальной устойчивости экономической системы в каждый отдельный плановый период функционирования, (рис. 13.3)

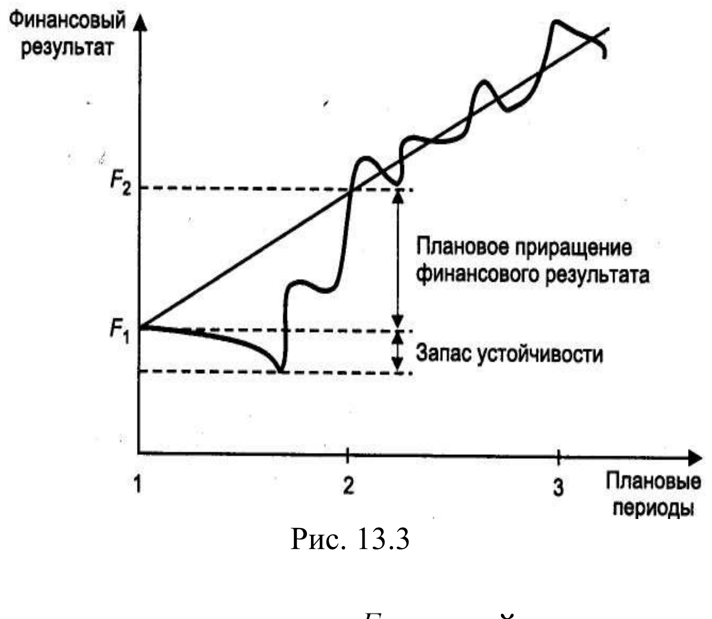


Рис. 13.3

Достижение желаемого уровня F_2 устойчивого развития требует обеспечения определенного запаса устойчивости в плановый период и необходимого приращения результатов деятельности за счет привлечения дополнительных внеоборотных $A_{fk}^{вк}$ и оборотных A_{wk}^{o} активов при заданных уровнях рентабельности r_{fk} и r_{wk} соответственно:

$$F_2 = A_{rs}^{зу} + (r_{fk} \cdot A_{fk}^{в} + r_{wk} \cdot A_{wk}^{o})$$

Таким образом, проблема устойчивого развития содержит в себе две антагонистические по сути и поэтому сложные как в теории, так и на практике задачи:

А) обеспечение локальной устойчивости в течение некоторого периода, принятого за контрольный (отчетный);

В) обеспечение условий управляемости (преодолевая устойчивость) в период планового развития.

Решение этих задач упирается в конечном итоге в обеспечении ресурсного потенциала, достаточного как для компенсации возможных кризисных ситуаций (запас устойчивости), так и для целей планируемого развития.

Экономический потенциал представляет собой совокупность экономических ресурсов системы, обеспечивающих получение максимального экономического эффекта при условии полного использования ресурсов и технологии оптимального их комбинирования, соответствующей влиянию внешней и внутренней среды функционирования системы в задуманный момент времени.

При нахождении компромисса между устойчивостью, управляемостью и развитием в функционировании и существовании экономической системы во времени, уровень ее потенциала определяется с учетом особенностей конкретной системы и периода ее развития.

14. Критерии оценки систем

14.1. Оценка уровней качества систем с управлением

При оценивании качества систем с управлением целесообразно ввести несколько уровней качества, проранжированных в порядке возрастания сложности рассматриваемых свойств.

Эмпирические уровни качества получили названия: общая устойчивость, помехоустойчивость, управляемость, свойства, самоорганизация.

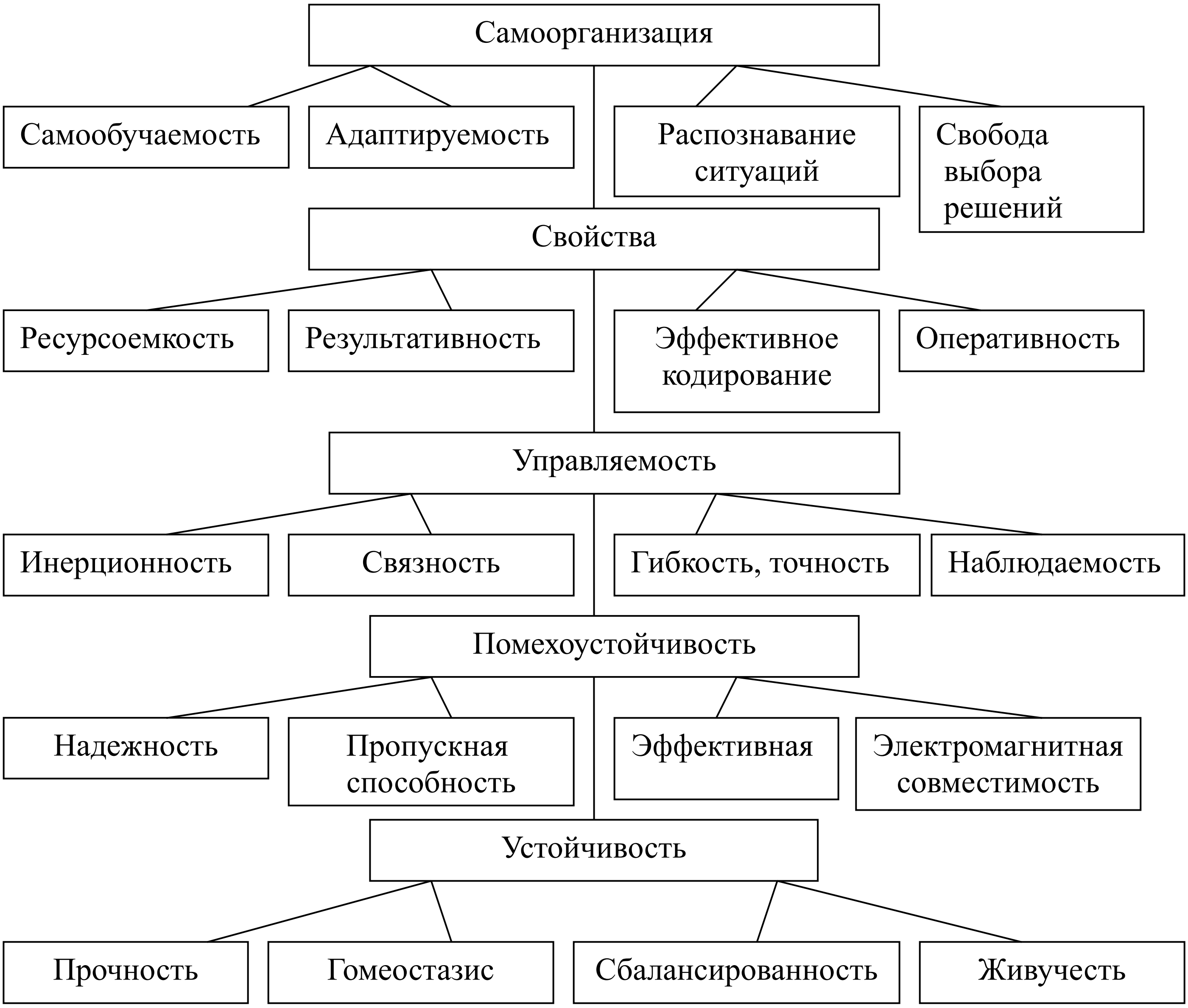


Рис. 14.1

Система, обладающая качеством данного порядка, имеет и все другие простые качества, но не имеет качеств более высокого порядка.

1) Первичные качеством любой системы является ее устойчивость. Для простых систем устойчивость объединяет такие свойства как прочность, стойкость к внешним воздействиям, сбалансированность, стабильность, гомеостазис. Для сложных систем характерны различные формы структурной устойчивости, такие как надежность, живучесть и т.д.

2) Более сложным качеством, чем устойчивость, является помехоустойчивость – способность системы без искажений воспринимать и передавать информационные потоки. Помехоустойчивость объединяет ряд свойств, присущих в основном системам управления. К таким свойствам относятся: надежность информационных систем и систем связи, их пропускная способность, возможность эффективного кодирования (декодирования) информации, электромагнитная совместимость и т.п.

3) Следующим по сложности качеством является управляемость – способность системы переходить за конечное (заданное) время в требуемое состояние под влиянием управляющих воздействий. Управляемость обеспечивается, прежде всего, наличием прямой и обратной связей, объединяет такие свойства системы, как гибкость управления, оперативность, точность, быстродействие, инерционность, связность, наблюдаемость объекта управления и др. Для сложных систем управляемость включает в себя способность принятия решений по формированию управляющих воздействий.

4) Следующим уровнем по шкале качеств являются свойства – это качество системы, определяющее ее возможности по достижению требуемого результата на основе имеющихся ресурсов за определенное время. Данное качество определяется такими свойствами, как результативность (производительность, мощность и т.п.), ресурсоемкость, эффективность – способность получить требуемый результат при идеальном способе использования ресурсов и в отсутствии воздействий внешней среды.

5) Наиболее сложным качеством системы является самоорганизация – способность системы для повышения эффективности изменять свою структуру, параметры, алгоритмы функционирования, поведения. Принципиально важными свойствами этого являются свобода выбора решений, адаптивность, самообучаемость, способность к распознаванию ситуаций и др.

Введение уровней качества позволяет ограничить исследование одним из перечисленных уровней. Для простых систем часто это исследование устойчивости.

Уровень качества выбирает исследователь в зависимости от сложности системы, целей анализа, наличие информации, условий работы системы.

14.2. Показатели и критерии оценки эффективности систем

Наиболее важные и принципиальные свойства системы можно классифицировать не только по уровню сложности, но и по тому, как они характеризуют процесс функционирования (поведение) системы.

В общем случае функциональные свойства системы оцениваются в двух аспектах:

– исход (результат) функционирования;

– «алгоритм», обеспечивающий получение результатов.

Качество исхода и «алгоритм», обеспечивающие получение результатов, оцениваются по показателям качества, которые вводятся с учетом конкретных особенностей системы и условий ее функционирования.

К основным укрупненным показателям качества функционирования систем относят: результативность, ресурсоемкость и оперативность.

Результативность $Э$ характеризуется получаемым в результате целевым эффектом – результатом, ради которого функционирует система.

Ресурсоемкость R отражает ресурсы всех видов (людские, материально – технические, энергетические, информационные, финансовые и.т.п.), используемые для получения целевого эффекта.

Оперативность O есть измеритель расхода времени, потребного для достижения цели.

Оценка исхода функционирования системы (операции) учитывает, что операция проводится для достижения определенной цели – исхода операции. Под исходом операции понимается ситуация (состояние системы и внешней среды), возникающая на момент ее завершения. Для количественной оценки исхода операции вводится понятие показателя исхода ее (ПИО) в виде вектора:

$$Y_{исх} = \left\langle Y_э, Y_R, Y_o \right\rangle, \tag{14.1}$$

компоненты которого есть показатели его отдельных свойств, отражающие результативность, ресурсоемкость и оперативность операции.

Оценка «алгоритма» функционирования является ведущей при оценке эффективности системы, т.к. нужные результаты могут быть получены только при условии хорошего «алгоритма».

В совокупности результативность, ресурсоемкость и оперативность порождают комплексное свойство: эффективность процесса Y – степень его приспособленности к достижению цели.

Выбор критерия эффективности – центральный, самый ответственный момент исследования системы.

Конкретный физический смысл показателей эффективности определяется характером и целями операций, а также качеством реализующей ее системы и внешними воздействиями.

Процесс выбора критерия эффективности, как и процесс определения цели, является в значительной мере субъективным, творческим, требующий в каждом отдельном случае индивидуального подхода.

Конкретный физический смысл показателей эффективности определяется характером и целями операции, а также качеством реализующей ее системы и внешними воздействиями.

В зависимости от типа систем и внешних воздействий операции могут быть детерминированными, вероятностными или неопределенными. В соответствии с этим выделяют три группы показателей и критериев эффективности:

А) показатели и критерии эффективности функционирования систем в известных условиях, если ПИО отражают один строго определенный исход детерминированной операции;

Б) показатели и критерии эффективности функционирования систем в условиях риска, ели ПИО являются дискретными или непрерывными случайными величинами с известными законами распределения;

В) показатели и критерии эффективности функционирования систем в условиях неопределенности, ее ли ПИО являются случайными величинами, законы, распределения которых неизвестны.

Критерий пригодности для оценки эффективности детерминированной операции имеет вид:

$$K_{приг} : (\forall_i)\left(y_i^h \in \delta / \delta_i \to y_i^{доп}, i \in < Э, R, O >\right) \qquad (14.2)$$

Им определяется правило, по которому операция считается эффективной, если все частные показатели исхода операции принадлежат области адекватности.

Критерий оптимальности для оценки эффективности детерминированной операции имеет вид:

$$K_{опт} : (\exists_i)\left(y_i^h \in \delta / \delta_i \to \delta_i^{опт}, i \in < Э, R, O >\right) \qquad (14.3)$$

Он определяет правило, по которому операция считается эффективной, если частные показатели ее исхода принадлежат области адекватности, а радиус этой области по указанным показателям оптимален.

Критерии пригодности для оценки эффективности вероятностной операции имеет вид:

$$K_{приг} : P_{ду}(Y_{эф}) \geq P_{ду}^{треб}(Y_{эф}) \qquad (14.4)$$

и определяет правило, по которому операция считается эффективной, если вероятность достижения цели по показателям эффективности $P_{ду}\left(Y_{эф}\right)$ не меньше требуемой вероятности достижения цели по этим показателям $P_{ду}^{треб}\left(Y_{эф}\right)$.

Критерии оптимальности для оценки эффективности вероятностной операции имеет вид:

$$K_{опт} : P_{ду}\left(Y_{эф}\right) \geq P_{ду}\left(Y^{опт}\right) \qquad (14.5)$$

и определяет правило, по которому операция считается эффективной, если вероятность достижения цели по показателям эффективности $P_{ду}\left(Y_{эф}\right)$ больше или равна вероятности достижения цели с оптимальными значениями этих показателей $P_{ду}\left(Y^{опт}\right)$.

Наибольшие трудности возникают при оценке эффективности систем в условиях неопределенности. Подходы для решения этой задачи составляют один из разделов теории принятия решений.

14.3. Методы качественного оценивания систем.

Методы оценивания систем разделяются на качественные и количественные.

Качественные методы используются на начальных этапах моделирования, если реальная система не может быть выражена в количественных характеристиках, отсутствует описание закономерностей систем в виде аналитических зависимостей.

Количественные методы используются на последующих этапах моделирования для количественного анализа вариантов системы.

Между этими крайними методами имеются и такие, с помощью которых стремятся охватить все этапы моделирования от постановки задачи до оценки вариантов. К ним относят:

– кибернетический подход к разработке адаптивных систем управления, проектирования и принятия решений;

– информационно–гносеологический подход к моделированию систем (основанный на общности процессов отражения, познания в системах различной физической природы);

– структурный и объективно–ориентированный подходы системного анализа;

– метод ситуационного моделирования;

– метод имитационного динамического моделирования.

Такие методы позволяют разрабатывать как концептуальные, так и строго формализованные модели, обеспечивающие требуемое качество оценки систем.

Простейшей формой задачи оценивания является обычная задача измерения, когда оценивание есть сравнение с эталоном, а решение задачи находится подсчетом числа эталонных единиц в измеряемом объекте.

Пример: x – отрезок, $\ell(x)$ – его длина.

Более сложные задачи оценивания разделяются на задачи парного сравнения, ранжирования, классификации, численной оценки.

Задача парного сравнения заключается в выявлении лучшего из 2х имеющихся объектов.

Задача ранжирования – в упорядочении объектов, образующих систему по убыванию (возрастанию) значения некоторого признака.

Задача классификации – в отношении заданного элемента к одному из множеств.

Задача численной оценки – в сопоставлении системе одного или нескольких чисел.

Перечисленные задачи могут быть решены непосредственно лицом, принимающим решение, или с помощью экспертов – специалистов в исследуемой области. В этом случае решение задачи оценивания называется экспертизой.

Качественные методы измерения и оценивания характеристик систем, используемые в системном анализе, достаточно многочисленны и разнообразны.

К основным относят:

1. методы «мозговой атаки» или коллективной генерации идей;
2. метод «сценариев»;
3. метод экспертных оценок;
4. метод «Дельфи»;
5. метод «дерева целей»;
6. морфологические методы.

1); 3) и 4) мы рассматривали в п.п.9 и 10.3.

Метод сценариев представляет собой процедуру подготовки и согласования представлений о проблеме или анализируемом объекте, изложенном в письменном виде.

Остановимся более подробно на характеристике последних 2х методов.

Термин «дерево целей» подразумевает использование иерархической структуры, полученной путем разделения общей цели на подцели, а их в свою очередь, на более детальные составляющие (новые подцели, функции и т.д.).

Разновидностью методов «дерева целей» и «Дельфи» является метод PATTERN (Planning Assistause Threng Technical Evalution of Relevance Number – помощь планированию посредством относительных показателей технической оценки), который по своей сути является комбинацией «дерева целей» и экспертных оценок.

Основная идея морфологических методов – систематически находить все мыслимые варианты решения проблемы или реализация системы путем комбинирования выделенных элементов или их признаков.

Наиболее широкое применение получил подход называемый «методом морфологического ящика» (ММЯ).

Построение и исследование по ММЯ состоит из следующих этапов:

1) Точная формулировка поставленной проблемы.

2) Выделение показателей P_i от которых зависит решение проблемы.

3) Сопоставление показателю P_i его значений P_i^k и сведение этих значений в таблицу («морфологический ящик»).

$$\left\{\begin{matrix} p_1^1 p_1^2 \cdots p_1^k \\ p_2^1 p_2^2 \cdots p_2^k \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ p_n^1 p_n^2 \cdots p_n^k \end{matrix}\right\}$$

Оценка всех имеющихся в морфологической таблице (ящике) вариантов.

4) Выбор из морфологической таблицы наиболее желаемого варианта решения проблемы.

Для организационных систем такой ящик, как правило, многомерный, поэтому для использования этого метода разрабатывают языки моделирования или проектирования (системно – структурные языки).

14.4. Методы количественного оценивания систем. Общие положения

Первоначально задача количественного оценивания систем формировалась в терминах критерия превосходства в форме:

$$K_i^{прав} \to \max y_i, i = 1, ..., n.$$

Однако поскольку большинство частных показателей качества связаны между собой так, что повышение качества системы по одному показателю ведет к понижению качества по другому, такая постановка была признана некорректной для большинства приложений.

Пример: y_1 – пропускная способность, y_2 – достоверность.

Для решения проблемы корректности критериев превосходства были разработаны методы количественной оценки систем:

– методы теории полезности;

– методы векторной оптимизации;

– методы ситуационного управления, инженерии знаний.

Методы теории полезности основаны на аксиоматическом использовании отношения предпочтения множества векторных оценок систем.

Методы векторной оптимизации базируются на использовании понятия векторного критерия качества систем (многокритериальные задачи).

Методы ситуационного управления основаны на построении таких моделей систем, в которых предпочтение формализуется в виде набора логических правил, по которым может быть осуществлен выбор альтернатив.

Рассмотрение указанных подходов в системном анализе основано на трех важных особенностях.

Во–первых, считается, что не существует оптимальной системы для всех целей и воздействий внешней среды. Система может быть эффективной только для конкретной цели и в конкретных условиях.

Во–вторых, считается, что не существует системы, наилучшей в независящем от ЛПР смысле, т.е. система может быть наилучшей лишь для данного ЛПР.

В–третьих, методы исследования операций (линейное, нелинейное, динамическое программирование и др.) не удовлетворяют требованиям, предъявляемым к задачам оценивания сложных организационных систем, поскольку вид целевой функции или неизвестен, или не задан аналитически, или для нее отсутствуют средства решения.

Общность подходов состоит в том, что оценивание систем по критериям производится с помощью шкал.

Под К–мерной шкалой понимается соответствие эмпирической системы числовой системе R^{K}, где $R^{1} = (-\infty, +\infty)$ – множество всех действительных чисел. Образы элементов эмпирической системы называются шкальными значениями или оценками по критерию.

Определение полезности как меры оценки того или иного исхода операции представляет сложную задачу, точные методы решения которой пока не найдены.

14.5. Оценка сложных систем в условиях определенности

Оценивание систем в условиях определенности производится с использованием методов векторной оптимизации с помощью шкал.

Пусть $K(a)$ – векторная оценка альтернативы $a \in A$; R^{i} – шкала (числовая система). Тогда общая задача векторной оптимизации может быть сформулирована следующим образом:

$$K(a) \rightarrow \underset{a \in A}{opt}\ K(a) \qquad (14.6)$$

Оценивание сложных систем в условиях определенности на основе методов векторной оптимизации проводится в три этапа.

На первом этапе с использованием системного анализа определяются частные показатели и критерии эффективности.

На втором этапе находится множество Парето и формулируется задача многокритериальной оптимизации в форме (14.6).

На третьем этапе задача (14.6) решается путем скаляризации критериев устранения многокритериальности.

Множество Парето – это подмножество А* множества альтернатив А, которое задается свойством его элементов:

$$(\forall a \in A)(\exists a^* \in A^*)(K(a^*) \geq K(a)) \qquad (14.7)$$

Принцип Парето определяется выражением (14.2) и состоит в следующем: множество Парето A* (множество компромиссов) включает альтернативы, которые всегда более предпочтительны по сравнению с любой альтернативой из множества A\A*. При этом любые две альтернативы из множества Парето по предпочтению несравнимы.

Принцип Парето используется в тех случаях, когда задача многокритериальна и состоит в сравнении альтернатив между собой по всем сформированным критериям и выделении подмножества наилучших альтернатив. Решающее правило в этом случае строится на основе аксиомы Парето:

«Если в задаче принятия решений частные критерии независимы по предпочтению и значение каждого из них желательно увеличивать, то из двух альтернатив, характеризуемых набором частных критериев, предпочтительнее та, для которой выполняются соотношения $a_{1i}(x) \geq a_{2i}(x)$ по всем i, где первый индекс характеризует номер стратегии, второй индекс – номер частного критерия».

Таким образом, предпочтение одной альтернативы перед другой можно отдавать только если первая по всем критериям лучше второй.

В результате попарного сравнения альтернатив все худшие по всем критериям альтернативы отбрасываются, а все оставшиеся несравнимые между собой принимаются. Если все максимально достижимые значения частных критериев не относятся к одной и той же альтернативе, то принятые альтернативы образуют множество Парето и выбор на этом заканчивается.

Перейдем теперь к третьему этапу – устранению многокритериальности.

Наиболее употребительный способ – введение суперкритерия, т.е. скалярной функции векторного аргумента:

$$K_o(x) = K_o(K_1(x), K_2(x), ..., K_p(x))$$

Вид функции $K_o(x)$ определяется тем, как мы представляем себе вклад каждого критерия в суперкритерий (см. п. 6.2). Обычно для реализации данной процедуры используют аддитивные

$$K_o = \sum_{i=1}^{p} \frac{\alpha_i g_i}{S_i}$$

или мультипликативные функции

$$1 - K_o = \prod_{i=1}^{p} (1 - \frac{\beta_i g_i}{S_i})$$

Коэффициенты S_i обеспечивают безразмерность критериального значения. Коэффициенты α_i, β_i отражают относительный вклад частных критериев в суперкритерий.

Тогда задача сводится к максимизации суперкритерия:

$$X^* = \arg\max K_o(K_1(x),...K_p(x))$$

Очевидные достоинства объединения нескольких критериев в один суперкритерий сопровождаются рядом трудностей и недостатков, которые необходимо учитывать при использовании этого метода.

Рассмотрим один важный частный случай в качестве примера.

Пусть для каждого из частных критериев известен «идеал», к которому нужно стремиться. Обозначим его K_{io}. Тогда $(K_i - K_{io})$ – мера близости к идеалу. Для сопоставимости показателей приведем их к безразмерному значению следующим образом:

$$\frac{K_i - K_{io}}{K_{io}}$$

Чтобы исключить влияние знаков возведем это выражение в квадрат. Тогда обобщенный критериальный показатель можно записать

$$K_o = \sum_{i=1}^{p} \left(\frac{K_i - K_{io}}{K_{io}} \right)^2$$

С учетом весовых коэффициентов, отражающих вклад каждого частного критерия, получим

$$K_o = \sum_{i=1}^{p} \alpha_i \left(\frac{K_i - K_{io}}{K_{io}}\right), причем \sum_{i=1}^{p} \alpha_i = 1, \alpha_i > 0$$

14.6. Оценка сложных систем на основе теории полезности

14.6.1. Функция полезности

В теории полезности исходят из того, что критерий эффективности предназначен для выявления порядка предпочтений на альтернативах (исходах операции), что позволяет обеспечить обоснованный выбор решений.

Выявить формально отношение предпочтения или безразличия непосредственным сравнением альтернатив трудно: показатели исходов операции многочисленны, имеют разный физический смысл и разные шкалы измерений (стоимость изготовления, численность обслуживающего персонала, пропускная способность, вероятность прохождения сигнала и т.д.). Деньги тоже не выступают универсальной мерой ценности. Вводится искусственная мера, которая определяется через полезность альтернатив (исходов). Чаще всего это действительное число, приписываемое исходу операции и характеризующее его предпочтительность по сравнению с другими альтернативами относительно цели.

Зная возможные альтернативы с их показателями полезности, можно построить функцию полезности, которая дает основу для сравнения и выбора решений.

Функция полезности представляет собой числовую ограниченную функцию $F(a)$, определенную на множестве альтернатив $A = \{a_k\}$, $k = \overline{1,l}$, так, что $F(a_i) = F(a_j)$, когда альтернативы a_i и a_j неразличимы и $F(a_i) > F(a_j)$, когда альтернатива a_i предпочтительней альтернативы a_j.

В зависимости от типа показателей исходов операции функция полезности может быть либо непрерывной, либо дискретной.

Функцию полезности называют прямой, если чем больше значение показателя исхода операции, тем он полезнее, и обратной, если больше значение показателя исхода операции, тем он менее полезен.

Определение полезности как меры оценки того или иного исхода операции представляет сложную задачу, точные методы решения которой пока не найдены.

14.6.2. Оценка сложных систем в условиях риска на основе функции полезности

Операции, выполняемые в условиях риска, называются вероятностными. Это означает, что каждой альтернативе a_i ставится в соответствие не один, а множество исходов $\{y_k\}$ с известными условными вероятностями появления $P(y_k / a_i))$.

Эффективность систем в вероятностных операциях находится через математические ожидания функции полезности на множестве исходов

$$K(a) = M_a\left[F(y)\right]$$

При исходах $y_k \ (k = \overline{1,m})$ с дискретными значениями показателей a_i

$$K(a_i) = \sum_{k=1}^{m} P(y_k / a_i) F(y_k), (i = 1,...,n)$$

При исходах с непрерывными значениями

$$K(a_i) = \int_{R_D} f(y / a_i) F(y) dy,$$

где $f(y / a_i)$ – условная плотность вероятностей исходов.

Критерий оптимальности для вероятностных операций имеет вид:

$$K(a_i) = \max_{a_i} M_{\alpha_i}\left[F(y)\right], (i = \overline{1, m})$$

Кроме операции «в среднем» рассмотренной выше используются и другие критерии оценки систем:

– максимум вероятности случайного события;
– минимум среднего квадрата уклонения результата от требуемого;
– минимум дисперсии результата;
– минимум среднего (байесовского) риска;
– максимум вероятностно – гарантированного результата.

14.7. Оценка сложных систем в условиях неопределенности

В большом классе задач управления организационно–техническими системами отсутствуют объективные критерии оценивания достижения целевого и текущего состояний объекта управления, а также статистика, достаточная для построения соответствующих вероятностных распределений (законов распределения исходов операций) для конкретного принятого решения, что не позволяет их свести к детерминированным или вероятностным.

Условия оценки эффективности систем для неопределенных операций можно представить в виде таблицы.

a_i	h_j				$K(a_i)$
	h_1	h_2	...	h_k	
a_1	k_{11}	k_{12}	...	k_{1k}	
a_2	k_{21}	k_{22}	...	k_{2k}	
...	...	...	...	...	
a_m	k_{m1}	k_{m2}	...	k_{mk}	

Здесь a_i – значение вектора управляемых параметров, определяющий свойства системы $(i = 1, \ldots, m)$;

h_j – значение вектора неуправляемых параметров, определяющий состояние обстановки;

K_{ij} – значение эффективности значения a_i для состояния обстановки K_j;

$K(a_i)$ – эффективность системы a_i.

В зависимости от характера неопределенности операции могут делиться на игровые и статистические неопределенные.

В игровых операциях неопределенность вносит своими сознательными действиями противник. Как в этом случае находится оптимальное решение, мы рассматривали в п.7.

Условия статистически неопределенных операций зависят от объективной действительности, называемой природой. В этом случае применяется теория статистических решений.

Единого критерия оценки эффективности для неопределенных операций не существует. Разработаны лишь общие требования к критериям оценки и выбора оптимальных систем. Основными требованиями являются:

1. оптимальное решение не должно меняться с перестановкой строк и столбцов матрицы эффективности;
2. оптимальное решение не должно меняться при добавлении тождественной строки или столбца к матрице эффективности;
3. оптимальное решение не должно меняться от добавления постоянного числа к значению каждого элемента матрицы эффективности;
4. оптимальное решение не должно становиться неоптимальным и, наоборот, в случае добавления новых систем, среди которых нет ни одной более эффективной системы;
5. если система a_i и a_j оптимальны, то вероятностная смесь этих систем тоже должна быть оптимальна.

В зависимости от характера предпочтений ЛПР наиболее часто в неопределенных операциях используются критерии:

а) среднего выигрыша;
б) Лапласа;
в) осторожного наблюдателя (Вальда);
г) максимакса;
д) пессимизма–оптимизма (Гурвица);
е) минимального риска.

<u>Пример</u>: Необходимо оценить один из трех разрабатываемых программных продуктов a_i для борьбы с одним из четырех типов программных воздействий K_j.

Пусть дана матрица эффективности (рис. 14.2)

a_i	K_j			
	K_1	K_2	K_3	K_4
a_1	0,1	0,5	0,1	0,2
a_2	0,2	0,3	0,2	0,4
a_3	0,1	0,4	0,4	0,3

Рис. 14.2

Здесь – i-*ый* программный продукт $(i=1,2,3), K_j$ – оценка эффективности применения i-*го* программного продукта при j-*м* программном воздействии $(j=1,2,3,4)$.

а) критерий среднего выигрыша.

Данный критерий предполагает задание вероятностей состояний обстановки P_i. Эффективность систем оценивается как $M\left[K_i\right]$, т.е.

$$K(a_i) = \sum_{j=1}^{n} P_j K_{ij}, i = 1, \dots, m$$

Оптимальной системы будет соответствовать эффективность

$$K_{опт} = \max_i \sum_{j=1}^{n} P_j K_{ij}, i = 1, \dots, m$$

Пусть в нашем случае $P_1 = 0,4, P_2 = 0,2, P_3 = 0,1, P_4 = 0,3$. Тогда получим следующие оценки систем:

$$K(a_1) = 0,4 \cdot 0,1 + 0,2 \cdot 0,5 + 0,1 \cdot 0,1 + 0,3 \cdot 0,2 = 0,21$$

$$K(a_2) = 0,4 \cdot 0,2 + 0,2 \cdot 0,3 + 0,1 \cdot 0,2 + 0,3 \cdot 0,4 = 0,28$$

$$K(a_3) = 0,4 \cdot 0,1 + 0,2 \cdot 0,4 + 0,1 \cdot 0,4 + 0,3 \cdot 0,3 = 0,25$$

Оптимальное решение – система a_2.

б) критерий Лапласа.

В основе критерия лежит предположение: поскольку о состоянии обстановки ничего не известно, то их можно считать равновероятностными. Исходя из этого:

$$K(a_i) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} K_{ij}, i = 1, \dots, m$$

$$K_{орт} = \max_i \left[\frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} K_{ij} \right], i = 1, \dots, m$$

В нашем случае

$$K(a_1) = 0,25(0,1 + 0,5 + 0,1 + 0,2) = 0,225$$

$$K(a_2) = 0,25(0,2 + 0,3 + 0,2 + 0,4) = 0,275$$

$$K(a_3) = 0,25(0,1 + 0,4 + 0,4 + 0,3) = 0,3$$

Оптимальное решение – система a_3. Критерий Лапласа представляет собой частный случай критерия среднего выигрыша.

в) критерий осторожного наблюдателя (Вальда) – это максиминный критерий, он гарантирует определенный выигрыш при наихудших условиях.

Оптимальной считается система из строки с максимальным значением эффективности:

$$K_{опт} = \max_i (\min_j K_{ij}), (i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n)$$

В нашем случае

$$K(a_1) = \min(0,1; 0,5; 0,1; 0,2) = 0,1;$$
$$K(a_2) = \min(0,2; 0,3; 0,2; 0,4) = 0,2;$$
$$K(a_3) = \min(0,1; 0,4; 0,4; 0,3) = 0,1;$$

Оптимальное решение – система a_2.

Максиминный критерий ориентирует на решение, не содержащее элементов риска; в этом его недостаток, другой – он не удовлетворяет условию 3.

г) <u>критерий максимакса.</u>

Критерий максимакса – самый оптимистический критерий. Те, кто предпочитают им пользоваться, всегда надеются на лучшее состояние обстановки, и естественно, в большей степени рискуют.

$$K_{opm} = \max_i(\max_j K_{ij}), (i = 1,..., m; j = 1,..., n);$$

В нашем случае

$$K(a_1) = \max(0,1; 0,5; 0,1; 0,2) = 0,5;$$
$$K(a_2) = \max(0,2; 0,3; 0,2; 0,4) = 0,4;$$
$$K(a_3) = \max(0,1; 0,4; 0,4; 0,3) = 0,4;$$

Оптимальное решение – система a_1.

д) <u>критерий пессимизма – оптимизма (Гурвица).</u>

Это критерий обобщенного максимина. Для этого вводится коэффициент оптимизма $\alpha(0 \le \alpha \le 1)$, характеризующий отношение к риску лица, принимающего решение. Эффективность систем находится как взвешенная с помощью коэффициента α сумма максимальной и минимальной оценок:

$$K(a_i) = \alpha \max_j K_{ij} + (1 - \alpha) \max_j K_{ij}$$

Условие оптимальности записывается в виде

$$K_{opm} = \max_i \left[\alpha \max_j K_{ij} + (1 - \alpha) \min_j K_{ij} \right], 0 \le \alpha \le 1$$

Пусть $\alpha = 0,6$ и рассчитаем эффективность систем для рассматриваемого примера:

$$K(a_1) = 0,6 \cdot 0,5 + (1 - 0,6) \cdot 0,1 = 0,34;$$
$$K(a_2) = 0,6 \cdot 0,4 + (1 - 0,6) \cdot 0,2 = 0,32;$$
$$K(a_3) = 0,6 \cdot 0,4 + (1 - 0,6) \cdot 0,1 = 0,28;$$

Оптимальное системой будет a_1.

При $\alpha = 0$ критерий Гурвица сводится к критерию максимина, при $\alpha = 1$ – к критерию максимакса. На практике пользуются значениями коэффициента α в пределах 0,3–0,7. В критерии Гурвица не выполняются требования 4 и 5.

е) <u>критерий минимального риска (Сэвиджа).</u>

Этот критерий минимизирует потери при наихудших условиях.

Преобразуем матрицу эффективности в матрицу потерь (риска), в которой элементы определяются соотношением:

$$\Delta K_{ij} = \max_i K_{ij} - K_{ij}$$

И используем критерий минимакса:

$$K(a_i) = \max_j \Delta K_{ij};$$

$$K_{опт} = \min_i(\max_j \Delta K_{ij})$$

Обратимся опять к рассматриваемому примеру. В нем матрице эффективности будет соответствовать матрица потерь:

a_{ij}	K_j			
	K_1	K_2	K_3	K_4
a_1	0,1	0	0,3	0,2
a_2	0	0,2	0,2	0
a_3	0,1	0,1	0	0,1

Тогда

$$K(a_1) = \max(0,1; 0,3; 0,2) = 0,3;$$

$$K(a_2) = \max(0; 0,2; 0,2; 0) = 0,2;$$

$$K(a_3) = \max(0,1; 0,1; 0; 0,1) = 0,1;$$

$$K_{опт} = 0,1 \rightarrow a_3$$

О критерии Сэвиджа можно сказать, что в нем по сравнению с критерием Вальда придается несколько большее значение выигрышу, чем проигрышу. Основной недостаток критерия – не выполняется требование 4.

Таким образом, эффективность систем в неопределенных операциях может оцениваться по целому ряду критериев. На выбор того или иного критерия оказывает влияние ряд факторов:

а) природа конкретной операции и ее цель (в одних операциях допустим риск, в других – важен гарантированный результат);

б) причины неопределенности (одно дело, когда неопределенность является случайным результатом действия объективных законов природы, и другое, когда она вызывается действиями разумного противника, стремящегося помешать в достижении цели);

в) характер лица, принимающего решения (одни люди склонны к риску, в надежде добиться большего успеха, другие предпочитают действовать всегда осторожно).

14.8. Оценка систем на основе модели ситуационного управления

Теория ситуационного управления является наиболее стройной концепцией в области формализации систем предпочтений ЛПР. В ней система предпочтений ЛПР формализуется в виде набора логических правил в определенном языке, по которым может быть осуществлен выбор альтернатив. При этом понятие векторного критерия заменяется на понятие решающего правила.

В основе метода ситуационного управления лежат два главных предположения:

1) все сведения о системе, целях и критериях ее функционирования, множестве возможных решений и критериях их выбора могут быть сообщены управляющей системе в виде набора фраз естественного языка;

2) модель управления принципиально открыта, и процесс ее обучения (формирования) никогда не завершается созданием окончательной формализованной модели.

Решение задач оценки и управления ситуационным методом предполагает построение ситуационных моделей (имитирующих процессы, протекающие в объекте управления и управляющей системе) на базе следующих основных принципов:

1) создание моделей среды, объекта управления и управляющей системы в памяти ЭВМ;

2) построение моделей объекта управления и управляющей системы, а также описания объекта в классе семиотических моделей;

3) формирование иерархической системы обобщенных описаний состояния объекта управления;

4) классификация состояний для вывода возможных решений;

5) прогнозирование последствий принимаемых решений;

6) обучение и самообучение.

<u>Семиотической моделью</u> называется такая модель управления, которая представлена с помощью элементов языка, используемого ЛПР при описании соответствующего процесса управления, и отображает закономерности процесса управления.

Основные этапы оценки системы на основе ситуационных моделей включают:

1) описание текущей ситуации, имеющейся на анализируемом объекте управления;

2) пополнение микроописания ситуации;

3) классификацию ситуации и выявление классов возможных решений по оценке систем (при этом движение осуществляется от микро – к макроописанию);

4) вывод допустимых оценок (при этом происходит обратное движение по иерархическим уровням представления знаний ситуационной модели);

5) прогнозирование последствий принятия допустимых решений в качестве окончательных оценок;

6) принятие решений по оценке.

Библиографический список

1. Анфилатов В.С. Системный анализ в управлении, 2003 г.
2. Антонов А.В. Системный анализ, М. Высшая школа, 2004 г.
3. Губанов В.А. и др. Введение в системный анализ. Изд-во ЛГУ, 1988 г.
4. Захарченко Н.Н., Минеева Н.В. Основы системного анализа: Часть I. – СПб.: Изд-во Санкт-Петербургского университета экономики и финансов, 1992. – 78 с.
5. Зайченко Ю.П. Исследование операций. Киев: «Вища школа», 1975. – 320 с.
6. Исследование операций в экономике: Учеб. пособие для вузов по экон. специальностям / Под ред. Н.Ш. Кремера. – М.: Банки и биржи, 1999. – 407 с.
7. Перегудов Ф.П., Тарасенко Ф.П. Основы системного анализа. Томск: Изд-во НТЛ, 1997. – 396 с.
8. Робертс Ф.С. Дискретные математические модели с приложениями к социальным, биологическим и экологическим задачам. М.: Наука, 1986. – 496 с.